
VZNIK TLAKOVÉ ZTRÁTY PŘI PROUDĚNÍ TEKUTINY A JEJÍ VÝPOČET

Jiří Škorpík, skorpik.jiri@email.cz

Obsah článku:	
Úvod	1.3
Rovnice pro výpočet tlakové ztráty v potrubí	1.4
Výpočet ztrátového součinitele potrubí	1.5
Měrná tlaková ztráta v potrubí	1.7
Ztrátový součinitel místních odporů	1.8
Hospodárná rychlost proudění	1.11
Charakteristika potrubního systému	1.13
Určení charakteristiky potrubního systému z měření	1.14
Změna tlakové ztráty při zanášení potrubí	1.15
Změna tlakové ztráty při korozi potrubí	1.17
Tlaková ztráta při významné změně hustoty	1.17
Odkazy	1.20
Přílohy	1.21

Autor: ŠKORPÍK, Jiří

Datum vydání: Duben 2010, Květen 2021, Červen, 2023 (3. vydání)

Název: Vznik tlakové ztráty při proudění tekutiny a její výpočet

Název periodika: Transformační technologie (on-line pokračující zdroj
natransformacni-technolgie.cz; turbomachinery.education;
stirling-engine.education; fluid-dynamics.education)

ISSN: 1804-8293

Copyright©Jiří Škorpík, 2023

Všechna práva vyhrazena.

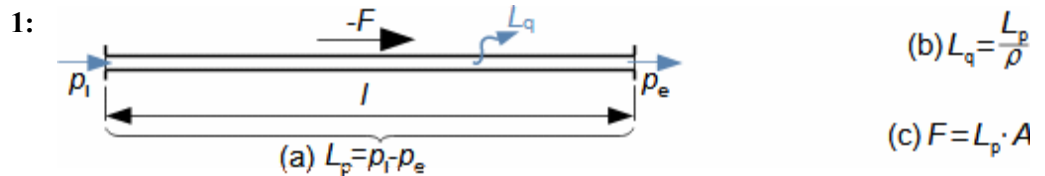
Úvod

Definice tlakové ztráty
Vnitřní tření

Při proudění tekutin vzniká tření o povrch průtočného kanálu a obtékaných těles i tření uvnitř tekutiny (tzv. *vnitřní tření*⁷). Třením ztrácí tekutina kinetickou energii a aby protekla kanálem požadovanou rychlostí (průtokem), musí nabývat kinetickou energii na úkor tlakové energie – vzniká tlaková ztráta L_p , případně na úkor jiné energie, například potenciální energie apod.

Tlaková ztráta v
potrubí
Nestlačitelná tekutina

Na Obrázku 1 je nejjednodušší případ vzniku tlakové ztráty při proudění nestlačitelné tekutiny v potrubí s konstantním průřezem. Protože na vstupu i výstupu z kanálu musí být stejný průtok, tedy i rychlost, bez změny potenciální energie, je tlaková ztráta L_p rovna rozdílu statických tlaků mezi vstupem a výstupem, viz Rovnice 1(a).



A [m²] průtočný průřez; F [N] třecí síla působící mezi stěnou kanálu a tekutinou; l [m] vyšetřovaná délka kanálu; L_p [Pa] tlaková ztráta na vyšetřované délce potrubí (pressure losses, pressure drop); L_q [J·kg⁻¹] ztrátové teplo způsobené vnitřním třením tekutiny; p [Pa] tlak; ρ [kg·m⁻³] hustota pracovní tekutiny. Index _i označuje vstup, index _e výstup. Odvození rovnic je provedeno v Příloze 3.

Ztrátové teplo

*Ztrátové teplo*⁷ L_q , které vzniká při tření (tekutina se zahřívá) zahřívá pracovní tekutinu. Ztrátové teplo pro případ Obrázku 1 odpovídá tlakové energii tlakové ztráty, viz Rovnice 1(b).

Třecí síla

Tekutina třením o stěny kanálu působí třecí silou F na kanál ve směru proudění. Třecí síla pro případ Obrázku 1 odpovídá součinu rozdílu tlaku mezi vstupem a výstupem z kanálu (tlakové ztrátě) a průtočné plochy kanálu, viz Rovnice 1(c).

Tlaková ztráta v
potrubních sítích
Kryogenika
Srdce

Pro běžnou technickou praxi má smysl se zabývat tlakovou ztrátou zejména při provozu potrubních sítí vybavenými různými armaturami – převážně touto problematikou se zabývá tento článek. Tlakovou ztrátu potrubní sítě stanovujeme proto, abychom dokázali stanovit tlak na konci potrubí a práci čerpadla či ventilátoru pro pokrytí energetických potřeb vzniku ztrátového tepla. Výpočet ztrátového tepla je důležitý i v kryogenice při dopravě zkapalněných plynů potrubím, protože ztrátové teplo tyto podchlazené tekutiny zahřívá a ty mohou ztrácet vlastnosti nebo se dokonce odpařovat. Ztrátu při proudění krve v těle kompenzuje činnost srdce a čím je vyšší, tím větší musí být i výkon srdce, respektive větší rozdíl mezi tlakem na vstupu a výstupu ze srdce (minimálním a maximálním tlakem neboli tzv. diastolický a systolický tlakem).

Výpočet tlakové ztráty

Při dopravě tekutin se příliš nemění hustota tekutiny, proto se vychází z teorií pro nestlačitelnou tekutinu především z Bernoulliho rovnice. Při dopravě plynů se může hustota měnit na velmi dlouhých trasách plynovodů. V takových případech se obvykle řeší výpočet tlakové ztráty po úsecích [Mikula et al., 1974, s. 71], na kterých se vychází ze střední hustoty plynu nebo přesněji z rovnic pro tlakovou ztrátu při proudění plynů za přítomnosti tření, které jsou popsány v kapitolách na konci tohoto článku.

Laminární proudění
Turbulentní proudění
Střední rychlost proudění
Reynoldsovo číslo
Kritické Reynoldsovo číslo
Horní kritické Reynoldsovo číslo
Charakteristický rozměr
Kinematická viskozita

Postup výpočtu tlakové ztráty ve vyšetřovaném kanále se odvíjí podle toho, jestli je v kanále *laminární*⁷ a nebo *turbulentní proudění*⁷. To lze zjistit podle hodnoty *Reynoldsova čísla*⁷ pro daný případ, pro jehož výpočet je nutné znát *střední rychlost tekutiny*⁷, *charakteristický rozměr*⁷ kanálu (v případě potrubí se jedná o průměr) a hodnotu *kinematické viskozity*⁷. Jestliže je hodnota Reynoldsova čísla menší než je hodnota *kritického Reynoldsova čísla*⁷, pak bude proudění spíše laminární a naopak, jestliže je hodnota Reynoldsova čísla menší než je hodnota *horního kritického Reynoldsova čísla*⁷, pak bude proudění pravděpodobně turbulentní.

Trysky
Difuzory
Profilové mříže

Dále identifikujeme tlakovou ztrátu v kanálech určené pro transformaci tlakové a kinetické energie tekutiny jako jsou trysky a difuzory případně lopátkové kanály, ale v těchto případech je tlaková ztráta definována nepřímo – problematika ztrát v těchto kanálech je popsána zejména v článcích *Proudění plynů a par tryskami*⁴, *Proudění plynů a par difuzory*⁵, v případě profilových mříží v článku [Škorpík, 2022a].

Rovnice pro výpočet tlakové ztráty v potrubí

Navier-Stokesova rovnice
Darcy-Weisbachova rovnice
Henry Darcy
Julius Weisbach
Potrubní tvarovky
Ventily

Z *Navier-Stokesových rovnic*⁷ lze snadno odvodit vztah pro výpočet tlakové ztráty pro případ laminárního ustáleného proudění jako funkci dynamického tlaku. Tato rovnice se nazývá Darcy-Weisbachova rovnice, kterou sestavil francouzský inženýr Henrym Darcym (1803-1858) pro potrubí, viz [Rovnice 2](#). Později, na základě dlouhodobých experimentů a dedukce, potvrdil platnost tohoto vztahu německý inženýr Julius Weisbach (1806-1871) i pro proudění přechodové a turbulentní a dokonce i pro ztrátu v potrubních tvarovkách a ventilech.

2:
$$L_p = \xi \cdot \rho \frac{\bar{V}^2}{2}$$

$$\zeta [1] \text{ ztrátový součinitel prvku vztážený ke kinetické energii střední rychlosti (definovaný Weisbachem [Maštovský, 1964, s. 82]);}$$

$$\bar{V} [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \text{ střední rychlost hmotnostního toku (střední rychlost proudění).}$$

Ztrátový součinitel

Z Darcy-Weisbachovy rovnice tedy plyne, že tlaková ztráta je určitým podílem z dynamického tlaku, tento podíl se nazývá ztrátový součinitel. Pro kanály stálého průřezu, respektive potrubí, lze ztrátový součinitel docela dobře vypočítat podle rovnic uvedených v kapitole Výpočet ztrátového součinitele potrubí. Pro jiné typy kanálů, například kolena, ventily apod. se používají výsledky z měření viz kapitola Ztrátový součinitel místních odporů.

Výpočet ztrátového součinitele potrubí

Součinitel tření

Charakteristický rozměr

Ztrátový součinitel potrubí neměnného průřezu lze vypočítat podle Rovnice 3. Je tedy funkcí délky a průměru potrubí (za d se dosazuje *charakteristický rozměr*⁷, jestliže je potrubí nekruhového průřezu [Mikula et al., 1974, s. 91]) a veličiny zvané součinitel tření.

- 3: $\xi = \lambda \frac{l}{d}$ d [m] vnitřní průměr potrubí; l [m] délka potrubí; λ [1] součinitel tření v potrubí na vyšetřovaném úseku potrubí.

Součinitel tření

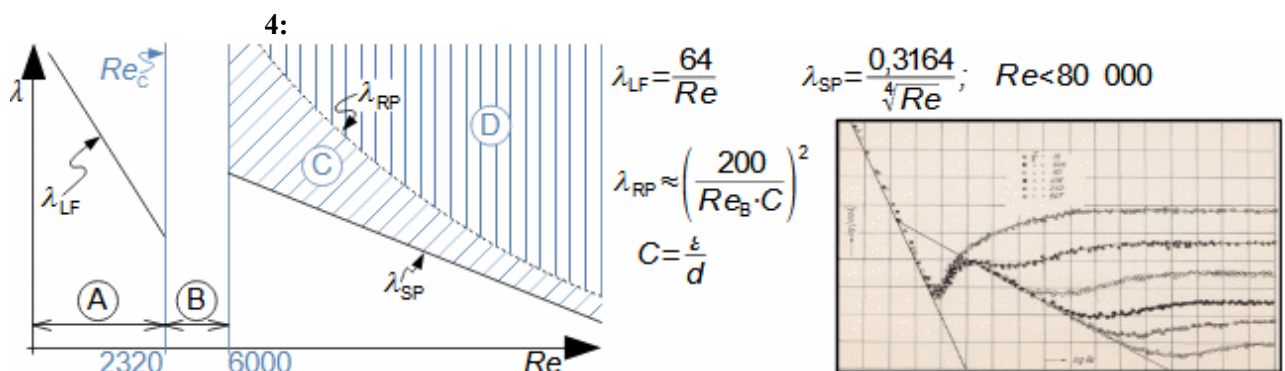
Laminární proudění

Johann Nikuradse

Nikuradseho diagram

Drsnost potrubí

Součinitel tření potrubí pro případ laminárního proudění lze snadno odvodit z Navier-Stokesových rovnic, viz Rovnice 4. Při určování hodnoty ztrátového součinitele při turbulentním proudění se vychází ze závěru měření na sérii skleněných potrubí s uměle vytvořenou drsností pomocí pískového filmu, které provedl Johann Nikuradse. Nikuradse měřil tlakovou ztrátu několika potrubí s různými relativními drsnostmi povrchu pro vybraná Reynoldsova čísla a odtud vypočítal hodnoty součinitele tření λ podle Darcy-Weisbachova rovnice (Rovnice 2). Z těchto hodnot vytvořil diagram závislosti součinitele tření na Reynoldsově čísle a potvrdil existenci čtyř oblastí s různými závislostmi ztrátového součinitele na Reynoldsově čísle, viz Obrázek 4.



vlevo-praktické rozdělení Nikuradseho diagramu do základních oblastí; vpravo-náhled na originál Nikuradseho diagramu [Nikuradse, 1933]. (A) součinitel tření je funkcí pouze Reynoldsových čísel – oblast laminárního proudění (jedná se zde o lineární závislost součinitele tření na Reynoldsově čísle bez vlivu drsnosti potrubí);

(B) přechodová oblast proudění z laminárního na turbulentní – může se vyskytovat jak laminární tak turbulentní proud, tj. proudění může být nestabilní; (C) turbulentní oblast proudění, ve které je součinitel tření funkcí Reynoldsových čísel i relativní drsnosti potrubí; (D) turbulentní oblast, ve které je součinitel tření funkcí prakticky pouze relativní drsnosti potrubí, tj. čím vyšší relativní drsnost, tím větší součinitel tření. C [1] relativní drsnost potrubí, viz také Nomogram 8; Re [1] Reynoldsovo číslo; Re_c [1] kritické Reynoldsovo číslo; Re_b [1] mezní Reynoldsovo číslo, při kterém přestává být součinitel tření citlivý na změnu Re , viz Tabulka 6; λ_{LF} [1] součinitel tření při laminárním proudění (laminar flow), odvození rovnice je v Příloze 4; λ_{SP} [1] součinitel tření pro turbulentní proudění v hydraulicky hladkých potrubí (smooth-pipe, $C \rightarrow 0$) [Bauer et al., 1950, s.148]; λ_{RP} [1] hranice, od které se se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem součinitel tření nemění, tzv. proudění v hydraulicky drsném potrubí (rough pipe) [Bašta, 2003, s. 23]; ε [m] absolutní drsnost vnitřních stěn potrubí (hodnoty například viz. [Mikula et al., 1974], Tabulka 7).

Výpočet součinitele tření v oblasti turbulentního proudu
Colebrookova rovnice
Cyril Colebrook
Lewis Moody
Moodyho diagram

K výpočtu sučinitele tření v oblastech (C-D) na Obrázku 4 se používají poloempirické vztahy získané aproximací skutečně naměřených hodnot v Nikuradseho diagramu doplněného o další měření, která byla provedena. Přehled těchto rovnic je například uveden v [Štefan, 2009]. Existuje jedna univerzální rovnice s dostatečnou přesností pro běžnou technickou praxi, kterou sestavil Cyril Colebrook (1910-1997) [Míka, 1977, s. 150], viz Rovnice 5. Pro rychlý odečet hodnot součinitele tření bez nutnosti řešit Colerbrookovu rovnici vytvořil americký inženýr Lewis Moody (1880-1954) pomocí Colerbrookovy rovnice diagram vypočítaných hodnot součinitele tření, který se dnes označuje jako Moodyho diagram. Moodyho diagram je široce publikován on-line i knižně, například [Cihelka et al., 1975, s. 684], [Roček, 2002, s. 230].

$$5: \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{C}{3,72} \right)$$

Hydraulicky hladké potrubí
Hydraulicky drsné potrubí

Existence oblasti (C) mezi prouděním hydraulicky hladkým potrubím a hydraulicky drsným potrubím (oblast (D)) se vysvětluje následovně: V oblasti (C) probíhá vývoj turbulentního rychlostního profilu, respektive rozložení kinetické energie tekutiny v průtočném průřezu. V oblasti (D) je již vývoj dokončen a i při zvyšující se hodnotě Reynoldsova čísla se podíl kinetické energie tekutiny v mezní vrstvě ku kinetické energii v jádru proudu nemění.

Hodnoty mezního Reynoldsova čísla

Hodnoty mezních Reynoldsových čísel Re_b , tedy přibližnou hranici mezi oblastmi (C) a (D) lze vypočítat dosazením rovnice pro λ_{RP} do Colebrookovy rovnice. Vybrané hodnoty takto vypočítaných mezních Reynoldsových čísel jsou uvedeny také v Tabulce 6.

6: Orientační hodnoty mezního Reynoldsova čísla

C	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	0,001	0,01	0,01	0,04	0,05
Re_B	$2,62 \cdot 10^9$	$2,22 \cdot 10^8$	$1,82 \cdot 10^7$	$1,42 \cdot 10^6$	$2,28 \cdot 10^5$	$1,02 \cdot 10^5$	$1,95 \cdot 10^4$	$1,48 \cdot 10^4$

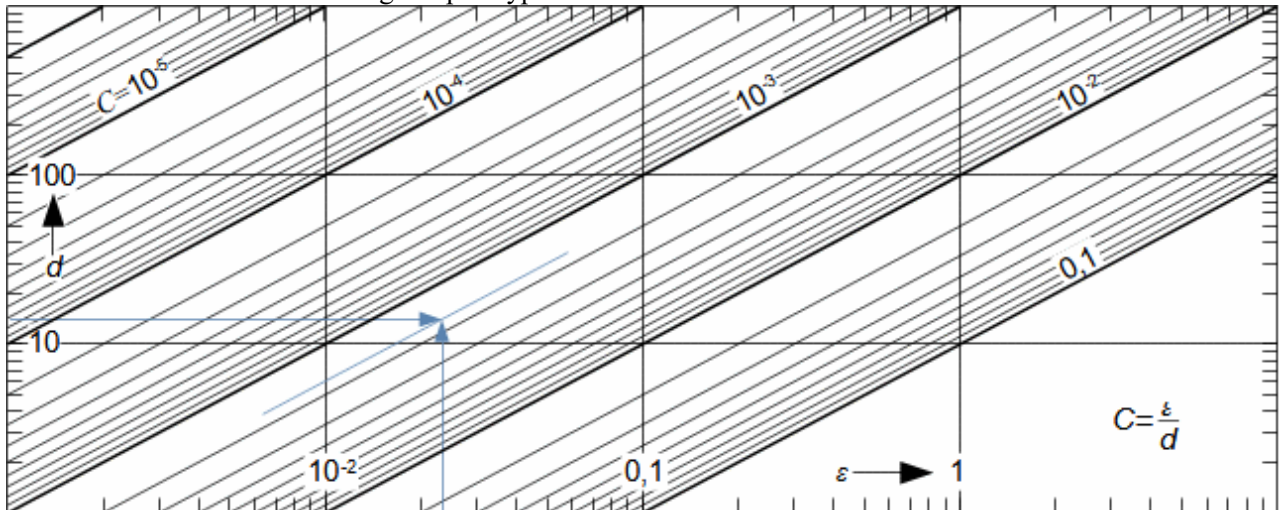
C [1]; Re_B [1]

7: Orientační hodnoty absolutních drsností trubek

	ε		ε
Tažené (nové) z: měď, mosaz, sklo	0,001...0,002	Litínové	0,2...0,6
Plast nebo pryž	0,0015...0,007	Ocelové pozinkované	0,07...0,1
Ocelové bezešvé válcované	0,04...0,1	Ocelové trubky korodované vyčištěné	0,15...0,2
Ocelové svařované podélným švem	0,04...0,1		

[mm]. Výběr z [Míkula et al., 1974].

8: Nomogram pro výpočet relativní drsnosti



d [mm], ε [mm], C [1].

Plynovod

Není třeba hluboký rozbor Darcy-Weisbachovy rovnice, aby bylo zřejmé, že pro co nejnižší tlakovou ztrátu je výhodné dopravovat plyn při vyšších tlacích, respektive hustotách než při nízkých tlacích, ale vysokých rychlostech. Proto tlaky v tranzitních plynovodech jsou kolem 7 MPa a jeho tlak se redukuje až těsně před spotřebiči (viz Tabulka 9), které jsou z bezpečnostních důvodů konstruované na mnohem nižší tlaky.

9: Přetlaky v plynovodech zemního plynu

	p		p
Tranzitní plynovod	7,5	Středotlaký plynovod	0,1...0,3
Vysokotlaký plynovod	4	Nízkotlaký (domácnosti)	0,002

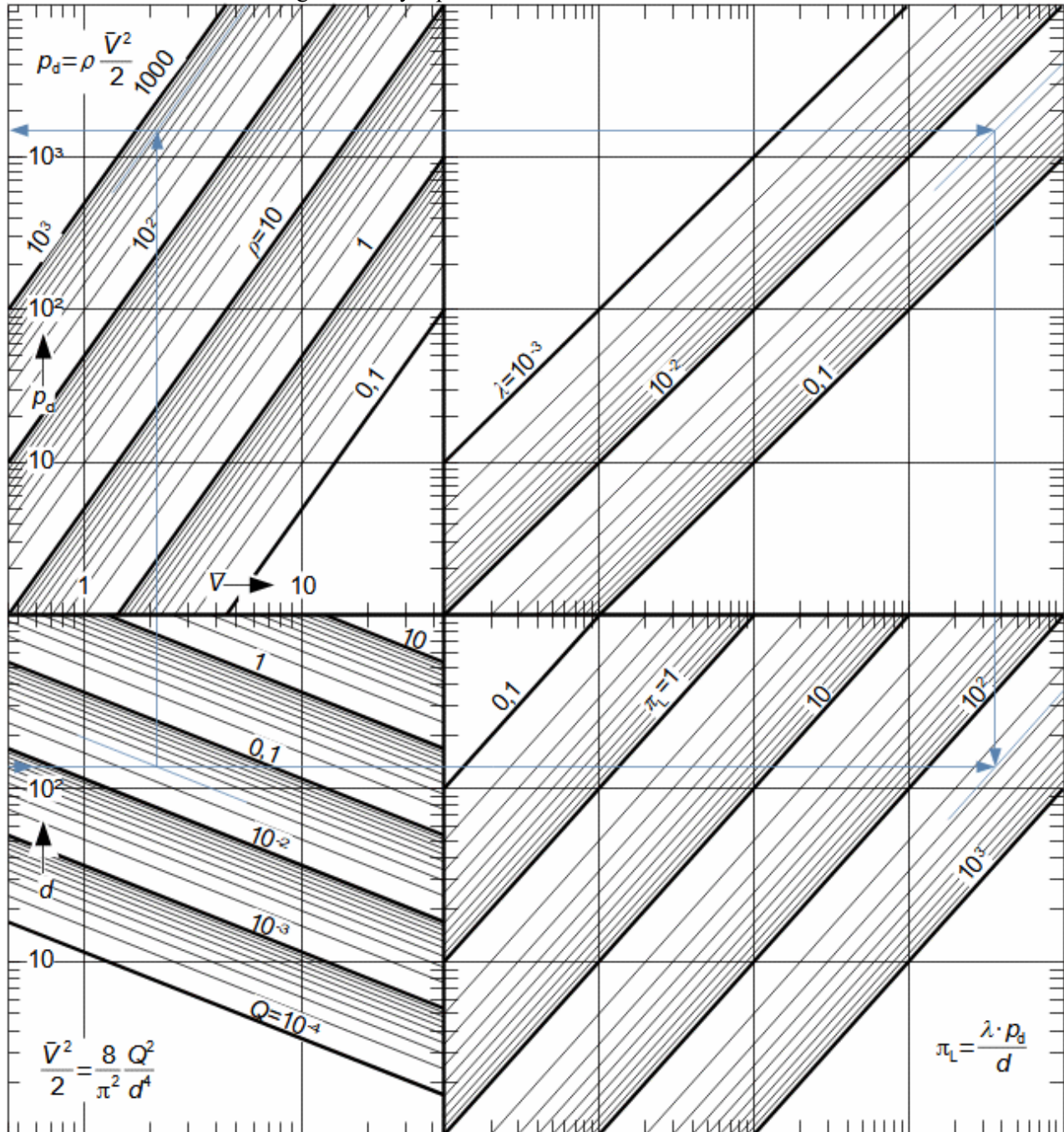
p [MPa] přetlak v plynovodu.

Měrná tlaková ztráta v potrubí

Pro základní návrhy potrubní trasy využívají projektanti veličinu měrná tlaková ztráta v potrubí označována π_L . Měrná

tlaková ztráta odpovídá tlakové ztrátě v potrubí o délce 1 m, při plně vyvinuté mezní vrstvě pro předpokládaný součinitel tření, viz také Nomogram 10.

10: Nomogram pro výpočet měrné tlakové ztráty, dynamického tlaku a měrné kinetické energie tekutiny v potrubí



p_d [Pa] střední dynamický tlak proudu; d [mm], Q [$m^3 \cdot s^{-1}$], V [$m \cdot s^{-1}$], ρ [$kg \cdot m^{-3}$], λ [1], π_L [$Pa \cdot m^{-1}$].

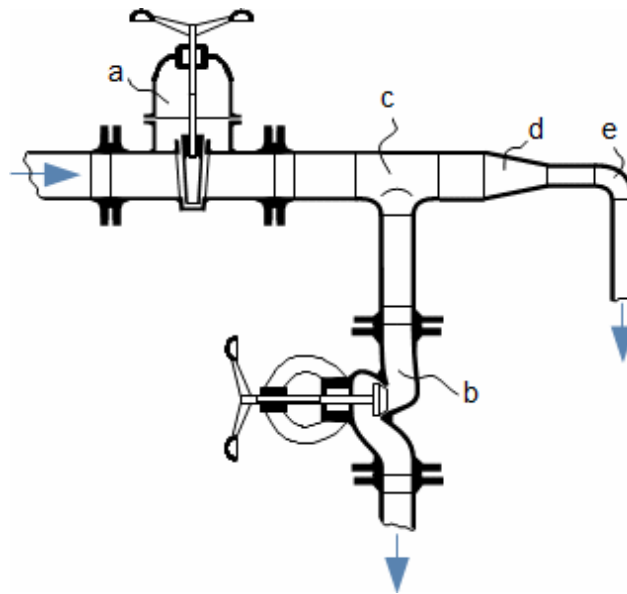
Ztrátový součinitel místních odporů

Místní odpor
Škrcení

Potrubní trasa (potrubní síť) nebývá přímočará a může být tvořena dalšími potrubními prvky (odbočky různých tvarů, oblouky, zúžení), armaturami, filtry, měřidly a dalšími

průtočnými částmi. V těchto částech potrubních tras vzniká tlaková ztráta podobně jako v přímém potrubí, viz Obrázek 11. Tyto tlakové ztráty bývají mnohem intenzivnější než na rovném úseku potrubí vzhledem k tomu, že při průtoku těmito částmi dochází i ke změně tvaru průtočného kanálu, směru proudění a často i ke *škrcení tekutiny*⁶. Z pohledu tlakové ztráty se tyto prvky nazývají místní odpory. Za speciální případ místního odporu, lze považovat i vstupy a výstupy z trubky. Na okrajích je totiž proudění většinou neustálené a ovlivněné tvarem začátku či konce potrubí.

11:



Příklad potrubní trasy s vyznačením místních odporů: a-šoupátko; b-uzavírací ventil (obecně má vyšší tlakovou ztrátu než šoupátko); c-odbočka (T-kus); d-plynulé zúžení; e-oblouk (koleny).

Výpočet tlakové ztráty v místním odporu

Střední rychlost proudění v místním odporu

Ztrátové součinitele místních odporů

Reynoldsovo číslo

Tlakovou ztrátu místního odporu lze vypočítat také podle Rovnice 2. Při výpočtu tlakové ztráty vznikající v daném prvku se vychází ze střední rychlosti proudu před prvkem a ze ztrátového součinitele příslušného prvku.

U jednoduchých potrubních prvků lze jejich ztrátový součinitel ζ i vypočítat [Maštovský, 1964, s. 85], častěji se ale vychází z měření daného prvku při obvyklém provozním proudění, protože ztrátový součinitel se mění s Reynoldsovým číslem. Nicméně u některých prvků není vliv Reynoldsova čísla významný a lze použít tabelizované hodnoty, především pro armatury a potrubní tvarovky např. v [Cihelka et al., 1975, s. 672], [Miller et al., 1972, s. 252], [Řasa and Švercl, 2004, s. 737]. Příslušný ztrátový součinitel poskytuje výrobce daného potrubního prvku.

Vstupní úsek potrubí

I při přesných výpočtech je i okraj potrubí brán jako místní odporu oprti rovnému potrubí. Ztrátové součinitele pro různé typy okrajů potrubí jsou uvedeny v [Ibler et al., 2002, s. 268].

Rovnice pro ztrátový součinitel armatury

V případě armatury obvykle výrobce také dodává přímo grafy závislosti její tlakové ztráty na průtoku (podle druhu

Průtokový součinitel armatury

protékajícího média). Pokud je znám jmenovitý *průtokový součinitel armatury*⁶ K_{VS} lze ztrátu v závislosti na průtoku vypočítat z uvedené definice. Popřípadě je možné odvodit ze zmíněné definice přímo Rovnici 12 pro ztrátový součinitel armatury. Jmenovitý průtokový součinitel se měří na úseku $2 \cdot d$ před armaturou a $8 \cdot d$ za armaturou, proto takto vypočítaný ztrátový součinitel zahrnuje i tuto délku potrubí. Takže skutečný ztrátový součinitel armatury je nižší o ztrátový součinitel odpovídající $10 \cdot d$ hladkého potrubí. Orientační hodnoty ztrátových součinitelů některých armatur jsou uvedeny v [Roček, 2002, s. 231, 232]. Existují ale i jiné typy součinitelů zpravidla odvozené od tlakové ztráty armatury. Záleží na výrobcí jakou metodiku porovnávání armatur používá. Příslušné vztahy potom uvádí ve svém katalogu armatur, popřípadě uvede přímo diagram závislosti tlakové ztráty na průtoku armaturou.

12:
$$\xi = 0,001599 \frac{d^4}{K_{VS}^2}$$
 d [mm] vnitřní průměr vstupu a výstupu armatury; K_{VS} [$\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$] jmenovitý průtokový součinitel armatury. Vztah je odvozen pro průtok vody v [Roček, 2002, s. 236].

Výběr armatury

Při výběru nejvhodnější uzavírací armatury se nejdříve stanoví povolená tlaková ztráta L_p při objemovém průtoku Q a hustotě proudícího média na vstupu ρ . Vypočítá se jmenovitý průtokový součinitel K_{VS} . Dále se z katalogu armatur příslušného výrobce vybere armatura s nejbližším vyšším K_{VS} .

Ekvivalentní délka potrubí

Hladké potrubí

Pro rychlý přibližný výpočet tlakové ztráty lze také použít veličinu zvanou ekvivalentní délka potrubí. Tato veličiny udává délku hladkého potrubí (vyjádřená jako počet průměrů hladkého potrubí) o stejném průměru jako je příruba vyšetřovaného místního odporu se stejnou tlakovou ztrátou jako místní odpor. Ekvivalentní délky potrubí některých armatur a potrubních tvarovek jsou uvedeny v [Izard, 1961], [Fraas, 1989], výběr pak v Tabulce 13. Výhodou je, že potom stačí jednotlivé ekvivalentní délky sečíst a vypočítat jejich celkovou tlakovou ztrátu jako by se jednalo o stejně dlouhé hydraulicky hladké potrubí, viz Úloha 1.

13: Ekvivalentní délka potrubí $l \cdot d^{-1}$ některých armatur a potrubních tvarovek

	$l \cdot d^{-1}$	$l \cdot d^{-1}$
VENTILY PŘÍMÉ		
obyčejné	340	s šikmým vedením vřetena 60° od osy 175 potrubí
s vedením vřetena i v průtočné části	450	s šikmým vedením vřetena 45° od osy 145 potrubí
NÁROŽNÍ VENTILY		
obyčejné	145	s vedením vřetena i v průtočné části 200

	$l \cdot d^{-1}$		$l \cdot d^{-1}$
ŠOUPÁTKA			
obyčejné (dvě sedla)	13	pro plynovody	3
pro velmi vazké kapaliny (jedno sedlo)	17		
ZPĚTNÉ VENTILY			
se zpětnou klapkou	35	s kuličkou	150
s plně otvíratelnou klapkou	50	se sacím košem deskový	420
přímé	340	se sacím košem s klapkou	75
nárožní	145	uzavírací klapky	20
KOHOUTY			
obyčejné	18	třicestné	140
POTRUBNÍ TVAROVKY			
90° koleno	30	rohové koleno (bez radiusu)	57
45° koleno	16	180° koleno (malé)	50
90° koleno (velký radius)	20	tvarovka T	20
90° koleno s hrdlem (k pájení nebo šroubení)	50	tvarovka T (většina průtoku odbočuje do větve)	60
45° koleno s hrdlem (k pájení nebo šroubení)	26		
PRŮTOKOMĚRY			
turbínový	150	clonkový	200
pístový (objemový)	400		

$l \cdot d^{-1}$ [1] ekvivalentní délka potrubí. Výběr z [Fraas, 1989], [Izard, 1961].

Hospodárná rychlost proudění

Náklady na potrubí vs. čerpací práce

Z Darcyho-Weisbachovy rovnice vyplývá, že čím je vyšší střední rychlost proudění, tím je vyšší tlaková ztráta. Čím je vyšší tlaková ztráta, tím větší lze očekávat cenu za pořízení pracovního stroje (čerpadla, ventilátoru...) a hlavně jeho provoz, čím větší je průměr potrubí (snižuje se střední rychlost proudění), tím roste cena na pořízení potrubních tras a jejich armatur – přesný výpočet hospodárné rychlosti v potrubí na základě závislosti tlakové ztráty na této rychlosti je proveden například v [Krbek et al., 1999, s. 187]. Odtud vyplývají hodnoty obvyklých hospodárných rychlostí jako kompromis mezi náklady na překonání tlakových ztrát a pořizovacích nákladů na potrubí. Hodnoty hospodárných rychlostí pro různé pracovní látky lze nalézt např. v [Mikula et al., 1974, s. 141], výběr je pak uveden v Tabulce 14. Existují ale jiné důvody pro nižší/vyšší rychlosti než je hospodárnost provozu, například dispoziční důvody apod.

Výpočet průměru potrubí

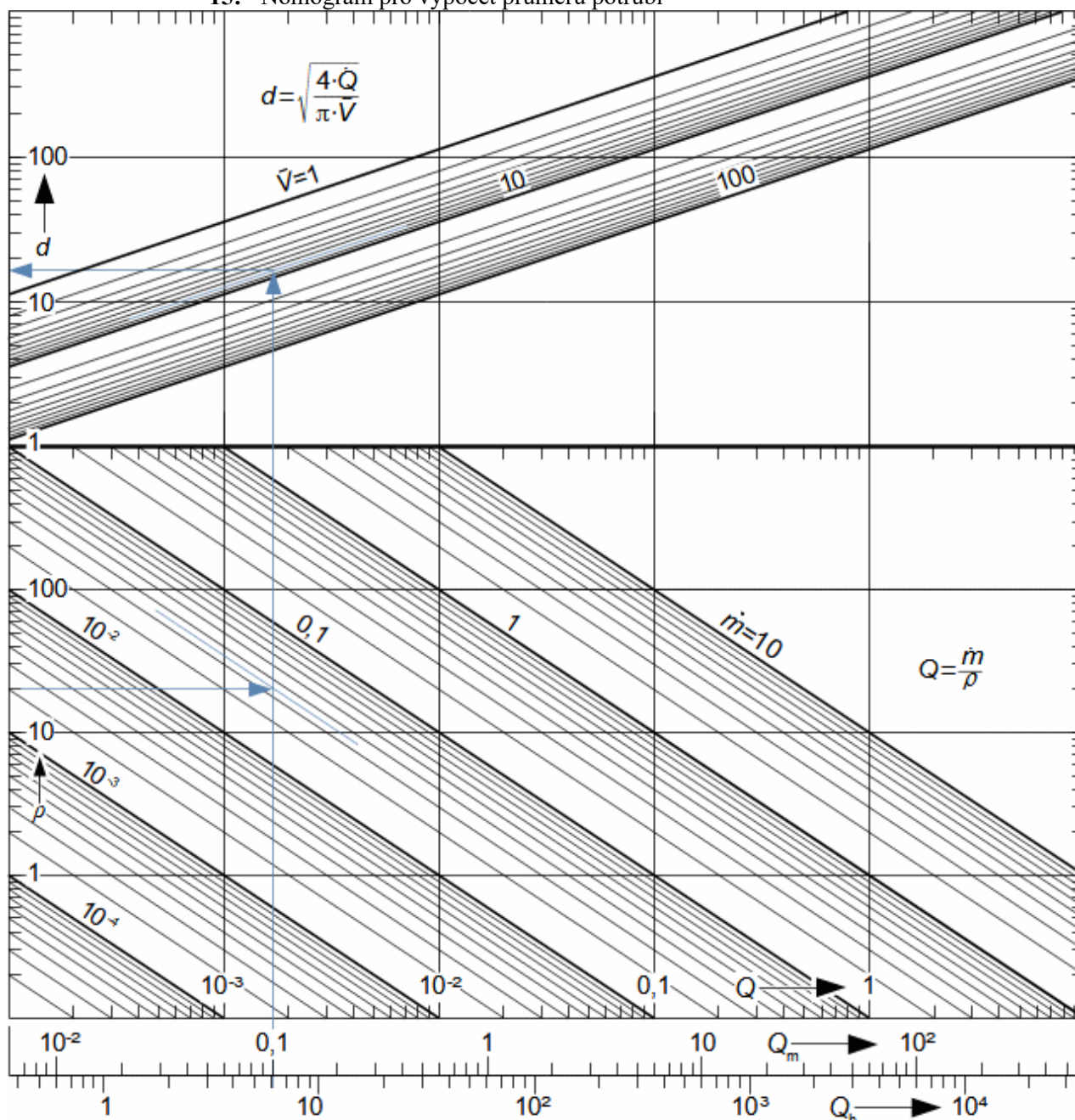
Obvykle právě z navržené rychlosti proudění, hustoty a požadovaného měrného průtoku se vypočítá hospodárný průměr potrubí d , viz Nomogram 15. Vypočítaný průměr potrubí je nutné zaokrouhlit podle vyráběných průměrů trubek odpovídající tlaku a teplotě, při které bude potrubí provozováno.

14: Hodnoty hospodárných rychlostí v potrubí různých pracovních látek

	V^-	V^-	
Olej	1...2	Pára přehřátá do 4 MPa	20...40
Voda	1...4	Pára přehřátá o vysokém tlaku	30...60, 80
Pára topná o nízkém tlaku	10...15	Výfuková pára (po expanzi ve stroji)	15...30
Pára sytá do 1 MPa	15...20	Vzduch (stlačený)	2...15

V^- [m·s⁻¹]

15: Nomogram pro výpočet průměru potrubí



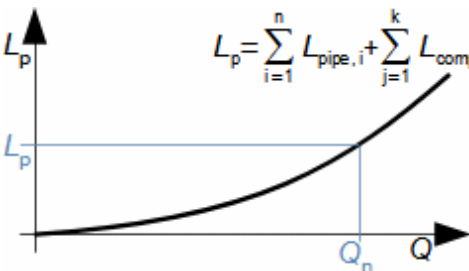
V^- [m·s⁻¹], ρ [kg·m⁻³], m^\cdot [kg·s⁻¹] hmotnostní tok; m^\cdot_m [kg·min⁻¹], m^\cdot_h [kg·h⁻¹], Q [m³·s⁻¹] objemový tok; Q_m [m³·min⁻¹], Q_h [m³·h⁻¹] objemový průtok potrubím, d [mm] průměr potrubí.

Charakteristika potrubního systému

Definice
charakteristiky
potrubního systému

Závislost tlakové ztráty v potrubní trase a ve všech místních odporech, které jsou v této trase vloženy na objemovém průtoku se nazývá charakteristika potrubního systému. Z rovnice pro výpočet tlakové ztráty je zřejmé, že při $\rho = \text{konst.}$ bude tlaková ztráta kvadratickou funkcí s parametrem C_s zvaným konstanta potrubního systému (jiný název měrný hydraulický odpor potrubní trasy), viz Rovnice 16.

16:



$$L_p = \sum_{i=1}^n L_{\text{pipe},i} + \sum_{j=1}^k L_{\text{component},j} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \rho \frac{\bar{V}_i^2}{2} + \sum_{j=1}^k \xi_j \rho \frac{\bar{V}_j^2}{2} = C_s \cdot Q^2$$

n [-] počet jednotlivých úseků kanálu (každý úsek má po celé délce konstantní průřez); k [-] počet místních odporů; L_{pipe} [Pa] tlaková ztráta při proudění daným úsekem potrubního systému; $L_{\text{component}}$ [Pa] tlaková ztráta místního odporu; C_s [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-7}$] konstanta potrubního systému; Q [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] objemový průtok. $L_{p,n}$ [Pa] tlaková ztráta při jmenovitém průtoku Q_n systémem. Uvedená rovnice platí i pro potrubí nekruhového průřezu.

Konstanta potrubního
systému

Konstanta potrubního systému C_s se většinou uvažuje jako konstanta pro dané otevření jednotlivých armatur, ale protože součinitel tření λ je funkcí Reynoldsova čísla, musí se s průtokem měnit i C_s . Tato změna není ovšem příliš velká pokud nás zajímá tlaková ztráta v oblasti jmenovitého průtoku. Pro výpočty ve větším rozsahu průtoků lze použít korekci, a to tak, že objemový průtok není umocněn 2, ale jiným exponentem, více v [Bašta, 2003, s. 25].

Výpočet konstanty
potrubního systému

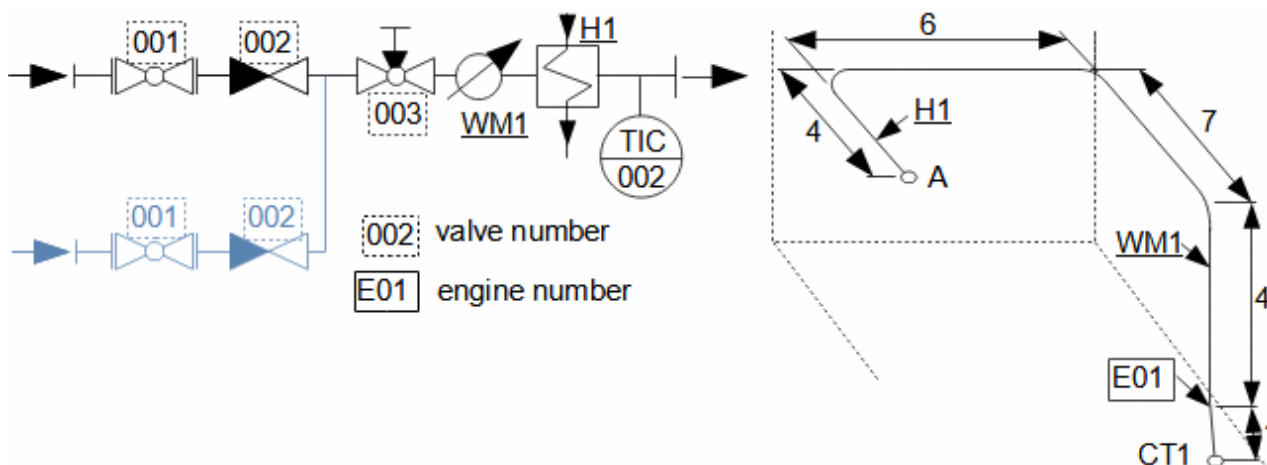
Konstantu potrubního systému lze vypočítat podle Rovnice 16 z jednotlivých tlakových ztrát potrubního systému pro známý (jmenovitý) průtok (viz Úloha 1) a nebo ji lze vypočítat z naměřené tlakové ztráty při konkrétním objemovém průtoku, viz Úloha 2.

Úloha 1:
Konstanta potrubního
systému

Tlaková ztráta

Určete charakteristiku potrubního systému na výtlačku kondenzátního čerpadla (viz příložený obrázek), ve kterém je kondenzát čerpán z pomocné nádrže kondenzátu CT1 do napájecí nádrže přes ohřívák kondenzátu H1. Na trasu je napojen paralelní potrubní systém se záložním čerpadlem (modrá barva). Teplota vody na výstupu z čerpadla je 60°C , a za ohřívákem H1 105°C . Průtok čerpadlem je $2,4 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. Průtokový součinitel kulového kohoutu 001 je $48,5 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. Zpětný ventil má tlakovou ztrátu 5 kPa. Minimální tlaková ztráta vyvažovací armatury je 750 Pa.

Tlaková ztráta vodoměru je 18 kPa. Tlaková ztráta ohříváku H1 je 12 kPa. Potrubí je běžné vodovodní jednopalcové. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 1.



CT1-pomocná nádrž kondenzátu č. 1 (condenser tank); H1-ohřívák č. 1 (heater); WM1-vodoměr č. 1 (water meter); valve number-číslo armatury; engine number-číslo motoru. Značení odpovídá [Krbek et al., 1999, s. 178]. Délky jednotlivých úseků potrubního systému jsou uvedeny v metrech.

Postup řešení Úlohy 1

1. zadání:	$t_i; t_e; Q_n; K_{VS,001}; L_{p,002};$ $L_{p,003}; L_{p,WM1}; L_{p,H1}; l$	6. výpočet:	$\zeta_{pipe}; L_{pipe}$
2. odečet:	$v; \rho$	7. výpočet:	$L_{p,001}$
3. odečet:	$d; \varepsilon$	8. výpočet:	$L_{p,elbow}$
4. výpočet:	$V; Re$	9. výpočet:	$L_{p,n}; C_S$
5. výpočet:	λ		

Index $_n$ označuje jmenovité parametry.

Určení charakteristiky potrubního systému z měření

Měření tlakové ztráty
Technická matematika

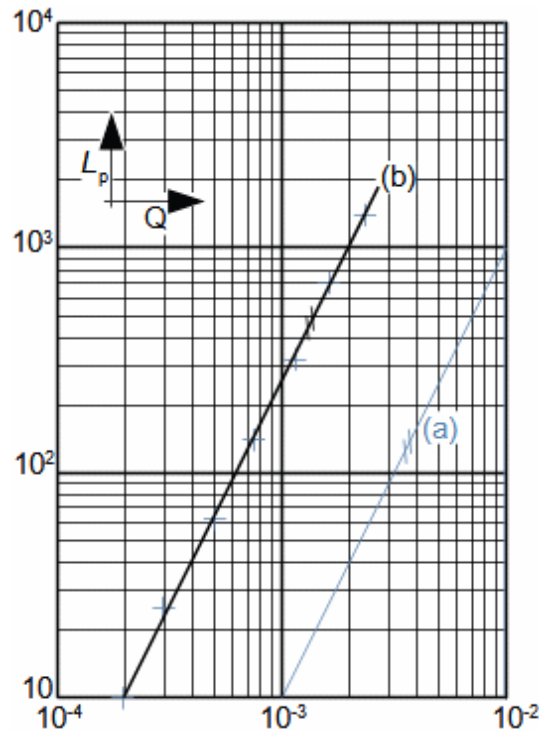
Potrubní charakteristiku, respektive rovnici závislosti tlakové ztráty L_p na objemovém průtoku Q , tedy rovnici $L_p=f(Q)$, lze zjistit měřením pro několik případů. Následně lze toto měření zpracovat na počítači pomocí připraveného softwaru a nebo rovnici určitý zakreslením naměřených dat na logaritmický papír, z proložené přímky těmito tady zjistit směrnici této přímky, která odpovídá mocnině průtoku, viz Úloha 2 a článek *Technická matematika* [Škorpík, 2021].

Úloha 2:
Charakteristika
potrubního systému

Nalezněte přibližnou hodnotu konstanty potrubního systému určeného pro vytápění. Potrubím proudí tepla voda. K dispozici jsou naměřené průtoky systémem a příslušná tlaková ztráta uvedené v tabulce níže. Naměřené hodnoty upraveny z [Pleskot, 1947, s. 17]. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 2.

Tabulka naměřených hodnot v Úloze 2

L_p	10	25,1	62	140	320	700	1400
Q	19,64	29,64	50,07	74,61	113,9	161	233,7

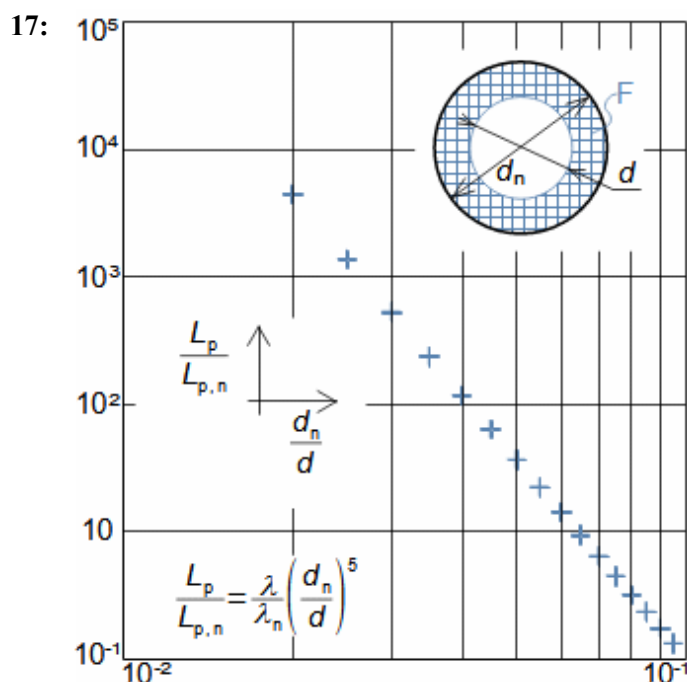
Obrázek k Úloze 2: L_p [Pa], Q [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$].Postup řešení Úlohy 2

1. zadání:	$L_p; Q$	4. odečet:	$x; P$
2. zanesení:	$L_p; Q$ do grafu	5. výpočet:	C_s
3. aproximace:	hodnot $L_p; Q$ přímkou		

Změna tlakové ztráty při zanášení potrubí

Tlaková ztráta vs
tloušťka usazenin

Při určité rychlosti proudění kapalin v potrubích může dojít k jeho zanesení, jestliže proudící kapalina obsahuje látky, které se v potrubí uvolňují. Nánosy v potrubním systému způsobují zmenšení průtočného průřezu potrubí a tedy i změnu charakteristiky tohoto systému, respektive zvýšení tlakové ztráty. Na Obrázku 17 je uvedena změna tlakové ztráty v potrubí při rovnoměrném nánosu v potrubí – o stejná procenta zvýšení tlakové ztráty se přibližně zvýší i čerpací práce. Závislost na tomto obrázku byla vytvořena dosazením Darcy-Weisbachovy rovnice do podílu tlakové ztráty L_p po zúžení průtočného průřezu a tlakové ztráty $L_{p,n}$. Odtud je patrné, že vliv zúžení na tlakovou ztrátu roste s pátou mocninou. Naproti tomu i při zachování absolutní drsnosti je vliv změny součinitelů tření o několik řádů nižší.



Vytvořeno pro $d_n=100$ mm;
 $V_n=3$ m·s⁻¹; $\varepsilon_n=0,05$ mm;
 $v_n=553,2$ nm²·s⁻¹ (voda při
 teplotě 50 °C); $Q=\text{konst.}$ F-
 nános v potrubí (fouling).
 Index _n označuje parametry
 před zanesením potrubí.

Krystalizace minerálů

Biologické zanešení

Mechanické zanešení

Zanesením potrubí může dojít důsledkem chemického nebo biologického působení a nebo obsahem tuhých částic v kapalině. V případě chemického či elektrochemického procesu dochází k vysrážení minerálů a jejich krystalizace na vnitřní plochách potrubí. Biologická usazenina na potrubí může být rostlinného i živočišného původu – většinou se jedná o nějaké druhy řas nebo koryšů a velmi závisí na teplotě vody, obsahu živin ve vodě a případně řas i světelných podmínkách (usazování bakterií má na tlakové ztráty minimální vliv). Typickým znakem mechanického zanesení potrubní trasy tuhými nečistotami v kapalině je, že není rovnoměrně rozložená po celé délce potrubí jako bývá například po krystalizaci minerálů na stěny potrubí, ale jedná se obvykle o lokální záležitost potrubní trasy. Tuhé částice se usazují v místech s malou rychlostí proudění, v nejnižších bodech potrubní trasy odkud je proud kapaliny není schopen vytlačit a před zúženími.

Rychlost proudění vs
 zanášení potrubí

Minimální stálá rychlost proudění k tomu aby nedošlo k usazování vodního kamene na stěny potrubí je přibližně 1,5 až 2,5 m·s⁻¹ [Vosmík, 2023]. Nicméně při určitých kombinacích pH a teplot tato rychlost nemusí stačit. U mechanických nečistot velmi záleží i na orientaci potrubí a velikosti a hmotnosti jednotlivých zrn, podle [Pugh et al., 2009] lze zamezit usazování mechanických nečistot už od rychlostí kolem 1,5 m·s⁻¹. Usazení biologického materiálu na stěnách potrubí lze zabránit při rychlostech nad 2 m·s⁻¹. Podrobnosti o zanášení potrubí a výměníků včetně softwárových nástrojů jsou uvedeny v odkazech článku [Pugh et al., 2009].

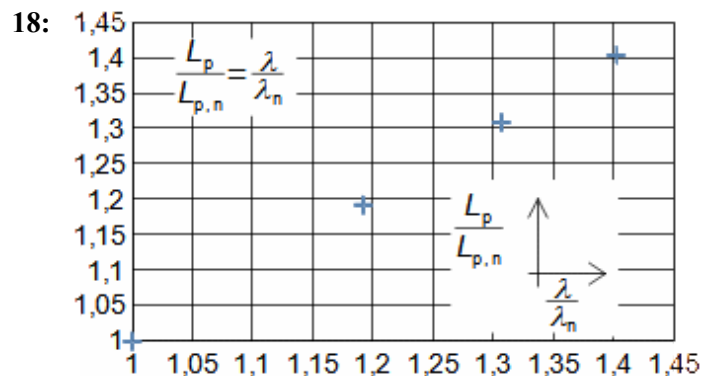
Prevence

Stálou rychlost proudění při nepravidleném odběru kapaliny lze udržet vytvořením smyček na ohrožených částech potrubí, ve kterých bude proudit kapalina i když její odběr poklesne. Prevenci zanešení potrubí lze provádět i úpravou pracovní kapaliny, filtry či změnou teplot, ale to už je mimo záběr tohoto článku.

Změna tlakové ztráty při korozi potrubí

Drsnost

V případě koroze potrubí lze očekávat zvýšení absolutní drsnosti potrubí bez změny dalších parametrů proudění, pakliže úbytek materiálu výrazně nezvětší průměr potrubí. To znamená, že při konstantních hodnotách ostatních parametrů v Darcyho-Weisbachovy rovnice lze podíl tlakové ztráty L_p ku tlakové ztrátě při jmenovité (počáteční) $L_{p,n}$ vyjádřit jako podíl součinitelů tření. Na Obrázku 18 je záznam změny tlakové ztráty v ocelovém potrubí při zvyšující se drsnosti kvůli korozi čištěné ocelové trubky (data z Tabulky 7), ze kterého je patrné, že koroze může zvětšit tlakovou ztrátu řádově o desítky procent.



Vytvořeno pro $d_n=100$ mm;
 $V_n=3$ m·s⁻¹; $\varepsilon_n=0,04$ mm;
 $v_n=553,2$ nm²·s⁻¹ (voda při teplotě 50 °C); $Q=\text{konst.}$
 Index $_n$ označuje parametry před zanesením potrubí.

Tlaková ztráta při významné změně hustoty

Rovnice pro tlakovou ztrátu při adiabatickém proudění plynu

Stlačitelné proudění

Kritická rychlost plynu

Mimo dopravy tekutin se setkáváme s dynamickým proudem plynů, při kterém se i na velmi krátkém úseku mění hustota plynu. Jestliže se jedná o adiabatické proudění, pak lze vycházet při stanovení tlakové ztráty z toho, že celková entalpie plynu zůstává konstantní a rovna celkové entalpii na vstupu do kanálu, ale bude se zvyšovat entropie v důsledku vnitřního tření. Z rovnice kontinuity, energetické bilance a zachování hybnosti lze pro takové proudění obecné Rovnice 19, které popisují proudění plynů za přítomnosti tření ve všech typech kanálů. Nicméně v technické praxi uvedené rovnice používáme jen při výpočtech proudění se velkými změnami hustoty v úzkých kanálech ucpávek. Je nutné zdůraznit, že platnost Rovnice 19 je

omezena na velikosti kanálů v řádech mnohem větších, než jsou velikosti molekul plynu, jinak nelze vycházet z termodynamiky plynů, které jsou odvozeny pro velké objemy a nikoliv pro jednotlivé molekuly.

$$19: (M^2 - 1) \frac{dM}{M} = \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2\right) \frac{dA}{A} - \frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2 \cdot \lambda \cdot d\left(\frac{x}{d}\right); \quad M = \frac{V}{V_i^*}$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{2\kappa}{\kappa + 1} \frac{M^2}{M^2 - 1} \left[\frac{dA}{A} - \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \lambda \cdot d\left(\frac{x}{d}\right) \right]; \quad \Delta s = -r \cdot \ln \frac{p_s}{p_{is}}$$

V_i^* [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] kritická rychlost pro případ izoentropického proudění; κ [1] Poissonova konstanta; A [m^2] průtočný průřez kanálu; V [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] rychlost plynu ve vyšetřovaném místě kanálu (tato rychlost odpovídá rychlosti při izoentropické expanzi z celkového tlaku p_s do tlaku statického p a vypočítá se z Saint Vénantova-Wantzelova rovnice). Jestliže otvor není kruhový použije se místo d charakteristický rozměr L jako při nestlačitelném proudění. Odvození v [Dejč, 1967, s. 209].

Součinitel tření

Součinitel tření λ je v Rovnicích 19 předpokládán jako konstanta po celé délce kanálu, ale ve skutečnosti je více či méně závislý na Re a Machovu číslu ve vyšetřovaném místě kanálu. Záleží tedy jak moc se mění průtočný průřez kanálu a Machovo číslo. Experimentální ověření změn součinitele tření při stlačitelném proudění a platnosti Rovnic 19 je provedeno v [Jícha, 2001, s. 217].

Rovnice pro tlakovou ztrátu při adiabatickém proudění plynu kanálem konstantního průřezu

V případě stlačitelného adiabatického proudění v kanále konstantního průřezu lze vypočítat tlakovou ztrátu pomocí Rovnice 20, která vychází z úpravy obecné Rovnice 19 pro podmínku $dA=0$.

$$20: (a) \left(\frac{1}{M^2} - 1\right) \frac{dM}{M} = \frac{\kappa}{\kappa + 1} \frac{\lambda}{d} dx$$

$$(b) \frac{dp}{p} = \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \frac{\lambda}{d} dx; \quad \ln \frac{p}{p_i} = \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \int_0^x \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \frac{\lambda}{d} dx$$

$$(c) \dot{m} = A \frac{V_i}{v_i} = A \frac{V_e}{v_e} = A \frac{V}{v} \Rightarrow \frac{V_i}{v_i} = \frac{V_e}{v_e} = \frac{c}{v} = G$$

(a) rychlostní rovnice; (b) rovnice pro tlakovou ztrátu; (c) rovnice kontinuity. Rovnice (a) a (b) jsou odvozeny z Rovnice 19 pro $dA=0$, ostatní předpoklady odvození jsou totožné. Rovnice (c) vychází z rovnice kontinuity, kde $G = \text{konst}$.

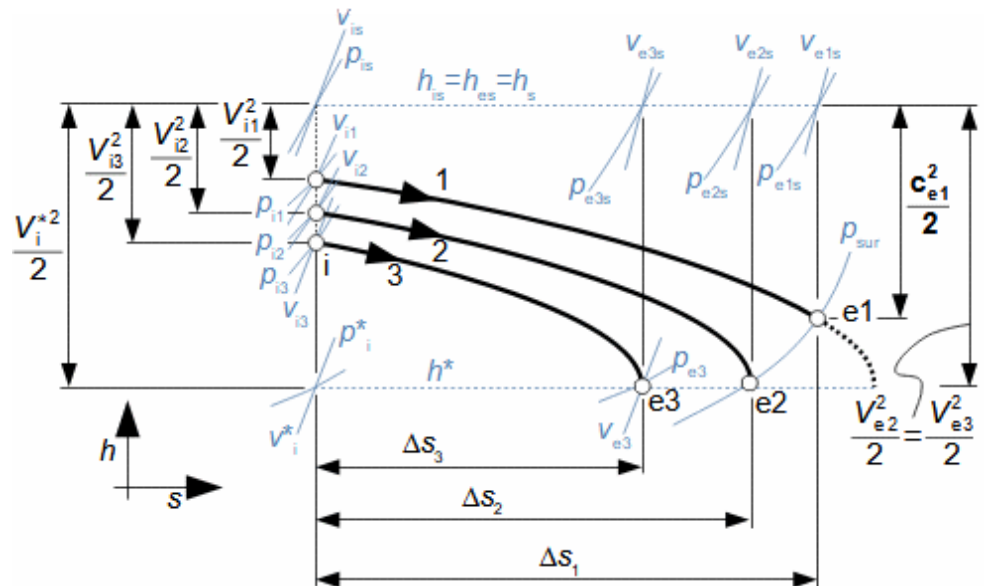
Nárůst střední rychlosti při adiabatickém proudění plynů

V důsledku tření se bude při adiabatickém proudění plyn zahřívat, což bude způsobovat zvětšování jeho měrného objemu a v kanále konstantního průřezu současně i nárůst střední rychlosti, takže postupně bude klesat tlak a měrná statická entalpie.

Fannovy křivky

Zakreslení stavů plynu v jednotlivých bodech osy kanálu v h - s diagramu označujeme jako Fannovu křivku (Fanno line). Na Obrázku 21 je takový záznam zobrazen pro kanál délky l a tři případy velikosti součinitele tření λ (stejný vliv jako změny součinitele tření má na změnu tlaku i prodlužování kanálu). Při maximálním součiniteli tření λ_1 nedosáhne proudění na výstupu z kanálu kritické rychlosti, λ_2 je takový, aby proudění na výstupu dosáhlo právě kritické rychlosti. Součinitel λ_3 je menší jak λ_2 a přesto proudění dosáhne na výstupu také jen kritické rychlosti.

21:



h [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] entalpie; s [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$] entropie; h_s [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] celková entalpie plynu; h^* [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] kritická entalpie; p_{sur} [Pa] tlak okolí na výstupu z kanálu (surrounding). Index $_i$ označuje počáteční stav plynu, index $_e$ konečný stav plynu (na konci úseku/sledovaného děje). Dolní index $_s$ označuje celkový stav plynu.

Ucpávky

Součinitel tření
ucpávky

Kritická rychlost plynu
na výstupu z ucpávky

V technické praxi je uvedena teorie uplatnitelná zejména při vyšetřování proudění v bezdotykových ucpávkách. Na vysoké tlakové ztrátě spojené s prouděním plynu ve velmi malé mezeře je také založen princip suchoběžných plynových ucpávek. Nicméně i labyrintové ucpávky lze připodobnit k hladké ucpávce s konstantním průtočným průřezem a s konkrétním součinitelem tření. Zde by měla být zdůrazněna skutečnost, že dosáhne-li rychlost na konci ucpávky kritické rychlosti neznámá to, že průtok ucpávkou už dále nelze snižovat. Je tomu právě naopak, je třeba prodloužit ucpávku nebo v případě labyrintové ucpávky přidat další komůrky labyrintu pro ještě větší snížení průtoku tím, že se zvýší součinitel tření λ ($m_1 < m_2 < m_3$ atd). Maximálního průtoku by totiž bylo dosaženo při izoentropickém proudění (bez tření), při kterém samozřejmě také dojde ke kritickému proudění.

Odkazy

- ŠKORPÍK, Jiří, 2021, Technická matematika, *Transformační technologie*, Brno, [online], ISSN 1804-8293. Dostupné z <https://www.transformacni-technologie.cz/42.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2022a, Aerodynamika profilových mříží, *Transformační technologie*, Brno, [online], ISSN 1804-8293. Dostupné z <https://turbomachinery.education/aerodynamika-profilovych-mrizi.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2022b, Základní rovnice lopatkových strojů, *Transformační technologie*, Brno, [online], ISSN 1804-8293. Dostupné z <https://turbomachinery.education/zakladni-rovnice-lopatkovych-stroju.html>.
- BAŠTA, Jiří, 2003, *Hydraulika otopných soustav*, Vydavatelství ČVUT, Praha, ISBN 80-01-02808-9.
- BAUER, František, Oldřich BRŮHA a Zbyněk JAŇOUR, PEŠEK, Rudolf, ed., 1950, *Základy proudění*, Vědecko-technické nakladatelství, Praha.
- CIHELKA, Jaromír, BRANDA, Jaroslav, CIKHART, Jiří, ČERMÁK, Jan, CHYSKÝ, Jaroslav, PITTER, Jaroslav, VALÁŠEK, Jiří, 1975, *Vytápění a větrání*, SNTL, Praha.
- DEJČ, Michail, 1967, *Technická dynamika plynů*, SNTL, Praha.
- FRAAS, Arthur, 1989, *Heat exchanger design*, John Wiley&Sons, Inc., ISBN 0-471-62868-9.
- IBLER, Zbyněk, KARTÁK, Jan, MERTLOVÁ, Jiřina, IBLER, Zbyněk ml., 2002, *Technický průvodce energetika*, BEN-technická literatura, Praha, ISBN 80-7300-026-1.
- IZARD, Julien, 1961, *Průručka technické fyziky*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- JÍCHA, Miroslav, 2001, *Přenos tepla a látky*, Vysoké učení technické v Brně, Brno, ISBN 80-214-2029-4.
- KRBK, Jaroslav, POLESNÝ, Bohumil, FIEDLER, Jan, 1999, *Strojní zařízení tepelných centrál-Návrh a výpočet*, PC-DIR Real, s.r.o., Brno, ISBN 80-214-1334-4.
- MAŠTOVSKÝ, Otakar, 1964, *Hydromechanika*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- MÍKA, Vladimír, 1977, *Základy chemického inženýrství*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- MIKULA, Julius, KOČKA, Jaroslav, ŠKRAMLÍK, Emanuel, ŠTAUBER, Zdeněk, VESELÝ Adolf, OBR, Jan, 1974, *Potrubí a armatury*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- MILLER, Rudolf, HOCHRAINER, A., LÖHNER, K., PETERMANN, H., 1972, *Energietechnik und Kraftmaschinen*, Rowohlt taschenbuch verlag GmbH, Hamburg, ISBN 3-499-19042-7.
- NIKURADSE, Johann, 1933, Strömungsgesetze in rauen Röhren, *V. D. I. Forschungsheft*, 361: 1–22, Berlin.
- PLESKOT, Václav, 1947, *Nomografie v technické praxi*, Praha, SPASEI.
- POLESNÝ, Bohumil a kol., 1990, *Termodynamická data pro výpočet tepelných a jaderných energetických zařízení*, Vysoké učení technické v Brně, Brno, ISBN 80-214-0160-5.
- PUGH, Simon, HEWITT, Geoffrey, MÜLLER-STEINHAGEN, Hans, 2009, Fouling During the Use of “Fresh” Water as Coolant—The Development of a “User Guide”, *Heat Transfer Engineering*, 30:10-11, 851-858, DOI: 10.1080/01457630902753706.
- ROČEK, Jaroslav, 2002, *Průmyslové armatury*, INFORMATORIUM, Praha, ISBN 80-7333-000-8.
- ŘASA, Jaroslav, ŠVERCL, Josef, 2004, *Strojnické tabulky, jednotky, matematika, mechanika, technické kreslení, strojní součásti*, Scientia, spol. s.r.o. Praha, ISBN 80-7183-312-6.
- ŠTEFAN, David, 2009, *Hydraulické ztráty v potrubí*, Vysoké učení technické v Brně, Brno, Bakalářská práce.
- VOSMÍK, Zdenek, 2023, *Nerezové výměníky tepla – koroze a zanášení úsadami 2. část*, <https://www.vosmik-vymeniky.cz/>, <https://www.vosmik-vymeniky.cz/novinky.html>.