

VZNIK TLAKOVÉ ZTRÁTY PŘI PROUDĚNÍ TEKUTINY A JEJÍ VÝPOČET

Jiří Škorpík, skorpik.jiri@email.cz

- 1.3 Popis vzniku tlakové ztráty a základních pojmů
 - 1.4 Rovnice pro výpočet tlakové ztráty v potrubí
 - 1.5 Výpočet ztrátového součinitele potrubí
 - 1.7 Měrná tlaková ztráta v potrubí
 - 1.8 Ztrátový součinitel místních odporů
 - 1.11 Hospodárná rychlost proudění
 - 1.13 Charakteristika potrubního systému
 - 1.14 Určení charakteristiky potrubního systému z měření
 - 1.14 Změna tlakové ztráty při zanášení a korozi potrubí
 - 1.17 Tlaková ztráta při významné změně hustoty
 - 1.19 Úloha 1: Výpočet tlakové ztráty a charakteristiky potrubního systému
Úloha 2: Výpočet konstanty potrubního systému z naměřené tlakové ztráty
Úloha 3: Výpočet zvýšení tlakové ztráty v čase kvůli zanášení
 - 1.21 Odkazy
 - 1.22 Přílohy
-

Autor: ŠKORPÍK, Jiří, ORCID: 0000-0002-3034-1696

Datum vydání: Duben 2010, Květen 2021, Červen 2023, Duben 2024 (4. vydání)

Název: Vznik tlakové ztráty při proudění tekutiny a její výpočet

Název on-line zdroje: Transformační technologie (transformacni-technolgie.cz; turbomachinery.education; stirling-engine.education; fluid-dynamics.education)

ISSN: 1804-8293

Copyright©Jiří Škorpík, 2024
Všechna práva vyhrazena.

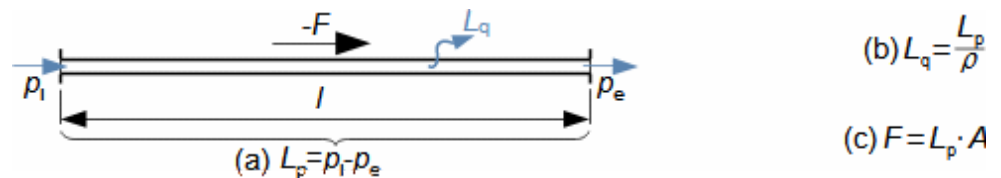
Popis vzniku tlakové ztráty a základních pojmů

Tlaková ztráta
Vnitřní tření

Při proudění tekutin vzniká tření o povrch průtočného kanálu a obtékaných těles i tření uvnitř tekutiny (tzv. vnitřní tření⁷). Třením ztrácí tekutina kinetickou energii a aby protekla kanálem požadovanou rychlostí (průtokem), musí nabývat kinetickou energii na úkor tlakové energie – vzniká tlaková ztráta L_p , případně na úkor jiné energie, například potenciální energie apod.

Tlaková ztráta v
potrubí
Nestlačitelná tekutina

Na Obrázku 1 je nejjednodušší případ vzniku tlakové ztráty při proudění nestlačitelné tekutiny v potrubí s konstantním průřezem. Protože na vstupu i výstupu z kanálu musí být stejný průtok, tedy i rychlost, bez změny potenciální energie, je tlaková ztráta L_p rovna rozdílu statických tlaků mezi vstupem a výstupem, viz Rovnice 1(a).



1: Tření tekutiny v potrubí a jeho důsledky

A [m²] průtočný průřez; F [N] třecí síla působící mezi stěnou kanálu a tekutinou; l [m] vyšetřovaná délka kanálu; L_p [Pa] tlaková ztráta na vyšetřované délce potrubí (pressure losses); L_q [J·kg⁻¹] ztrátové teplo způsobené vnitřním třením tekutiny; p [Pa] tlak; ρ [kg·m⁻³] hustota pracovní tekutiny. Index _i označuje vstup, index _e výstup. Odvození rovnic je provedeno v Příloze 4.

Ztrátové teplo

Ztrátové teplo⁷ L_q , které vzniká při tření zahřívá pracovní tekutinu. Ztrátové teplo pro případ Obrázku 1 odpovídá tlakové energii tlakové ztráty, viz Rovnice 1(b).

Třecí síla

Tekutina působí třecí silou F na kanál ve směru proudění. Třecí síla pro případ Obrázku 1 odpovídá součinu rozdílu tlaku mezi vstupem a výstupem z kanálu (tlakové ztrátě) a průtočné plochy kanálu, viz Rovnice 1(c).

Tlaková ztráta v
potrubních sítích
Kryogenika
Srdce

Tlakovou ztrátu potrubní sítě stanovujeme proto, abychom dokázali stanovit tlak na konci potrubí a práci čerpadla či ventilátoru pro pokrytí energetických potřeb vzniku ztrátového tepla. Výpočet ztrátového tepla je důležitý i v kryogenice při dopravě zkapalněných plynů potrubím, protože ztrátové teplo tyto podchlazené tekutiny zahřívá a ty mohou ztrácet vlastnosti nebo se dokonce odpařovat. Ztrátu při proudění krve v těle kompenzuje činnost srdce a čím je vyšší, tím větší musí být i výkon srdce, respektive větší rozdíl mezi tlakem na vstupu a výstupu ze srdce (minimálním a maximálním tlakem neboli tzv. diastolický a systolický tlakem).

Výpočet tlakové ztráty	Při dopravě tekutin se nemění hustota, vychází se z teorií pro nestlačitelnou tekutinu. Nicméně při dopravě plynů na velmi dlouhých trasách plynovodů se může hustota měnit. Při přepravě plynů plynovody se řeší výpočet tlakové ztráty po úsecích, na kterých se vychází ze střední hustoty plynu na daném úseku [Mikula et al., 1974, s. 71].
Laminární proudění	Postup výpočtu tlakové ztráty ve vyšetřovaném kanále se odvíjí podle toho, jestli je v kanále <u>laminární</u> ⁷ a nebo <u>turbulentní proudění</u> ⁷ . To lze zjistit podle hodnoty <u>Reynoldsova čísla</u> ⁷ pro daný případ, pro jehož výpočet je nutné znát <u>střední rychlost tekutiny</u> ⁷ , <u>charakteristický rozměr</u> ⁷ kanálu (v případě potrubí se jedná o průměr) a hodnotu <u>kinematické viskozity</u> ⁷ . Jestliže je hodnota Reynoldsova čísla menší než je hodnota <u>kritického Reynoldsova čísla</u> ⁷ , pak bude proudění spíše laminární, jestliže je hodnota Reynoldsova čísla menší než je hodnota <u>horního kritického Reynoldsova čísla</u> ⁷ , pak bude proudění pravděpodobně turbulentní.
Turbulentní proudění	
Střední rychlost proudění	
Reynoldsovo číslo Re	
Charakteristický rozměr	
Kinematická viskozita	
Kritické Re	Dále identifikujeme tlakovou ztrátu v kanálech určené pro transformaci tlakové a kinetické energie tekutiny jako jsou trysky, difuzory a profilové mříže, ale v těchto případech je tlaková ztráta definována nepřímo – problematika ztrát v těchto kanálech je popsána zejména v článcích <u>Proudění plynů a par tryskami</u> ⁴ , <u>Proudění plynů a par difuzory</u> ⁵ , v případě profilových mříží v článku [Škorpík, 2022a].
Horní kritické Re	
Trysky	
Difuzory	
Profilové mříže	

Rovnice pro výpočet tlakové ztráty v potrubí

Navier-Stokesova rovnice	Z <u>Navier-Stokesových rovnic</u> ⁷ lze snadno odvodit vztah pro výpočet tlakové ztráty pro případ laminárního ustáleného proudění jako funkci dynamického tlaku. Tato rovnice se nazývá Darcy-Weisbachova rovnice, kterou sestavil francouzský inženýr Henrym Darcym (1803-1858) pro potrubí, viz <u>Rovnice 2</u> . Později, na základě dlouhodobých experimentů a dedukce, potvrdil platnost tohoto vztahu německý inženýr Julius Weisbach (1806-1871) i pro proudění přechodové a turbulentní a dokonce i pro ztrátu v potrubních tvarovkách a ventilech.
Darcy-Weisbachova rovnice	
Henry Darcy	
Julius Weisbach	
Potrubní tvarovky	
Ventily	

$$L_p = \xi \cdot \rho \frac{V^2}{2}$$

2: Darcy-Weisbachova rovnice pro výpočet tlakové ztráty

ζ [1] ztrátový součinitel prvku vztažený ke kinetické energii střední rychlosti (definovaný Weisbachem [Maštovský, 1964, s. 82]); V [m·s⁻¹] střední rychlost hmotnostního toku (střední rychlost proudění).

Ztrátový součinitel

Z Darcy-Weisbachovy rovnice tedy plyne, že tlaková ztráta je určitým podílem z dynamického tlaku, tento podíl se nazývá ztrátový součinitel. Pro kanály stálého průřezu, respektive potrubí, lze ztrátový součinitel docela dobře vypočítat podle rovnic uvedených v kapitole Výpočet ztrátového součinitele potrubí. Pro jiné typy kanálů, například kolena, ventily apod. se používají výsledky z měření, viz kapitola Ztrátový součinitel místních odporů.

Výpočet ztrátového součinitele potrubí

Součinitel tření
Charakteristický
rozměr

Ztrátový součinitel potrubí neměnného průřezu lze vypočítat podle Rovnice 3. Je tedy funkcí délky a průměru potrubí (za d se dosazuje charakteristický rozměr⁷, jestliže je potrubí nekruhového průřezu [Mikula et al., 1974, s. 91]) a veličiny zvané součinitel tření.

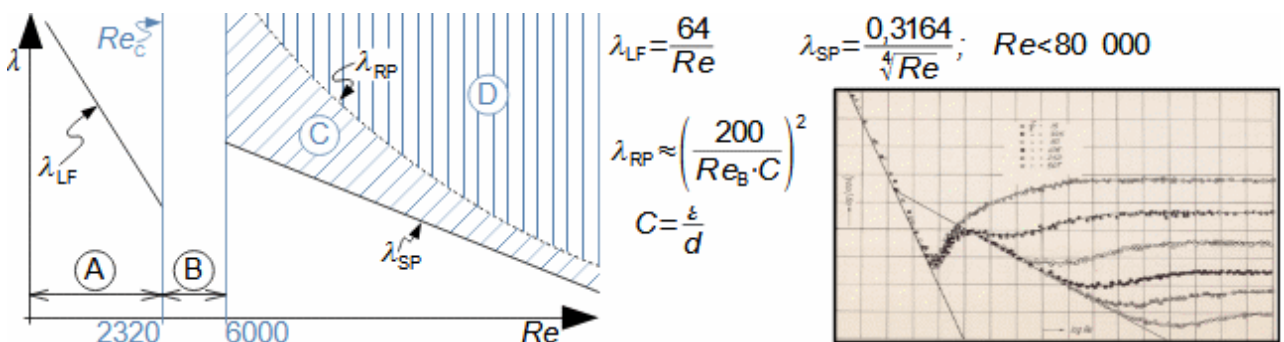
$$\xi = \lambda \frac{l}{d}$$

3: Rovnice pro výpočet ztrátového součinitele potrubí

d [m] vnitřní průměr potrubí; l [m] délka potrubí; λ [1] součinitel tření v potrubí na vyšetřovaném úseku potrubí.

Součinitel tření
Laminární proudění
Johann Nikuradse
Nikuradseho diagram
Drsnost potrubí

Rovnici součinitele tření v potrubí při laminárním proudění λ_{LF} lze snadno odvodit z Navier-Stokesových rovnic, viz Rovnice 4. Při určování hodnoty součinitele tření při turbulentním proudění se vychází ze závěru měření na sérii skleněných potrubí s uměle vytvořenou drsností pomocí pískového filmu, které provedl Johann Nikuradse. Nikuradse měřil tlakovou ztrátu několika potrubí s různými relativními drsnostmi povrchu pro vybraná Reynoldsova čísla a odtud vypočítal hodnoty součinitele tření λ podle Darcy-Weisbachovy rovnice (Rovnice 2). Z těchto hodnot vytvořil diagram závislosti součinitele tření na Reynoldsově čísle a potvrdil existenci čtyř oblastí s různými závislostmi součinitele tření na Reynoldsově čísle, viz Obrázek 4.



4: Nikuradseho diagram

vlevo-praktické rozdělení Nikuradseho diagramu; vpravo-originál Nikuradseho diagramu [Nikuradse, 1933]. (A) oblast laminárního proudění – lineární závislost součinitele tření; (B) přechodová oblast proudění z laminárního na turbulentní – může se vyskytovat jak laminární tak turbulentní proud; (C) turbulentní oblast proudění, ve které je součinitel tření funkcí Reynoldsových čísel i relativní drsnosti potrubí; (D) turbulentní oblast, ve které je součinitel tření funkcí prakticky pouze relativní drsnosti potrubí, tj. čím vyšší relativní drsnost, tím větší součinitel tření. C [1] relativní drsnost potrubí, viz také Nomogram 8; Re [1] Reynoldsovo číslo; Re_C [1] kritické Reynoldsovo číslo; λ_{LF} [1] součinitel tření při laminárním proudění (laminar flow), odvození rovnice je v Příloze 5; λ_{sp} [1] součinitel tření pro turbulentní proudění v hydraulicky hladkých potrubí (smooth-pipe, $C \rightarrow 0$) [Bauer et al., 1950, s.148]; λ_{RP} [1] hranice, od které se se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem součinitel tření nemění, tzv. proudění v hydraulicky drsném potrubí (rough pipe) [Bašta, 2003, s. 23]; ε [m] absolutní drsnost vnitřních stěn potrubí (hodnoty například viz. [Mikula et al., 1974], Tabulka 7).

Součinitel tření
Turbulentní proud
Colebrookova rovnice
Cyril Colebrook
Lewis Moody
Moodyho diagram

K výpočtu součinitele tření v oblastech (C-D) na Obrázku 4 se používají poloempirické vztahy získané aproximací skutečně naměřených hodnot v Nikuradseho diagramu doplněného o další měření, která byla provedena. Přehled těchto rovnic je například uveden v [Štefan, 2009]. Existuje jedna univerzální rovnice s dostatečnou přesností pro běžnou technickou praxi, kterou sestavil Cyril Colebrook (1910-1997) [Míka, 1977, s. 150], viz Rovnice 5. Americký inženýr Lewis Moody (1880-1954) pak vytvořil pomocí Colebrookovu rovnice diagram vypočítaných hodnot součinitele tření, který se dnes označuje jako Moodyho diagram. Moodyho diagram je široce publikován on-line i knižně, například [Cihelka et al., 1975, s. 684], [Roček, 2002, s. 230].

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{C}{3,72} \right)$$

5: Colebrookova rovnice pro výpočet součinitele tření potrubí

Hydraulicky hladké potrubí
Hydraulicky drsné potrubí

V oblasti (C) probíhá vývoj turbulentního rychlostního profilu. V oblasti (D) je již vývoj dokončen a i při zvyšující se hodnotě Reynoldsova čísla se podíl kinetické energie tekutiny v mezní vrstvě ku kinetické energii v jádru proudu nemění.

Mezní Reynoldsovo číslo

Hodnoty mezních Reynoldsových čísel Re_{RP} , tedy přibližnou hranici mezi oblastmi (C) a (D) lze vypočítat dosazením rovnice pro λ_{RP} do Colebrookovy rovnice. Vybrané hodnoty takto vypočítaných mezních Reynoldsových čísel jsou uvedeny v Tabulce 6.

6: Orientační hodnoty mezního Reynoldsova čísla

C	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	0,001	0,01	0,01	0,04	0,05
Re_{RP}	$2,62 \cdot 10^9$	$2,22 \cdot 10^8$	$1,82 \cdot 10^7$	$1,42 \cdot 10^6$	$2,28 \cdot 10^5$	$1,02 \cdot 10^5$	$1,95 \cdot 10^4$	$1,48 \cdot 10^4$

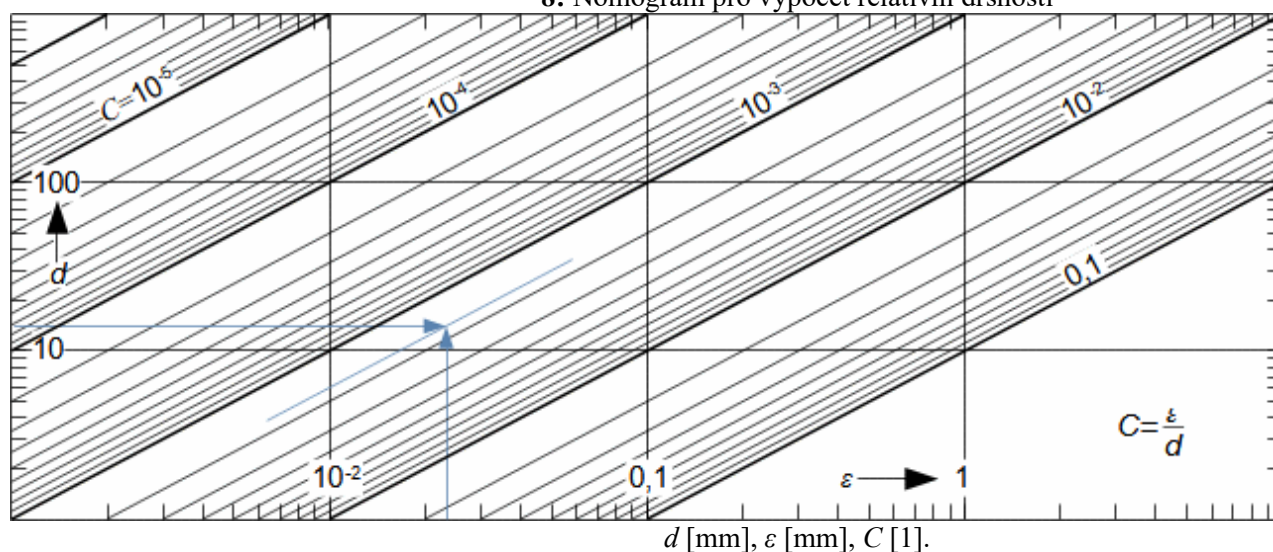
C [1]; Re_{RP} [1] mezní Reynoldsovo číslo, při kterém přestává být součinitel tření citlivý na změnu Re

7: Orientační hodnoty absolutních drsností trubek

	ε		ε
Tažené (nové) z: měď, mosaz, sklo	0,001...0,002	Litinové	0,2..0,6
Plast nebo pryž	0,0015...0,007	Ocelové pozinkované	0,07...0,1
Ocelové bezešvé válcované	0,04...0,1	Ocelové trubky korodované vyčištěné	0,15...0,2
Ocelové svařované podélným švem	0,04...0,1		

[mm]. Výběr z [Mikula et al., 1974].

8: Nomogram pro výpočet relativní drsnosti



Plynovod

Z Darcy-Weisbachovy rovnice plyne, že pro minimální tlakovou ztrátu je výhodné přepravovat plyn při vyšších tlacích a hustotách než při nízkých tlacích a vysokých rychlostech. Proto jsou tlaky v tranzitních plynovodech kolem 7 MPa a tlak plynu se snižuje před spotřebiči (viz Tabulka 9), které jsou kvůli bezpečnosti konstruovány na nižší tlaky.

9: Přetlaky v plynovodech zemního plynu

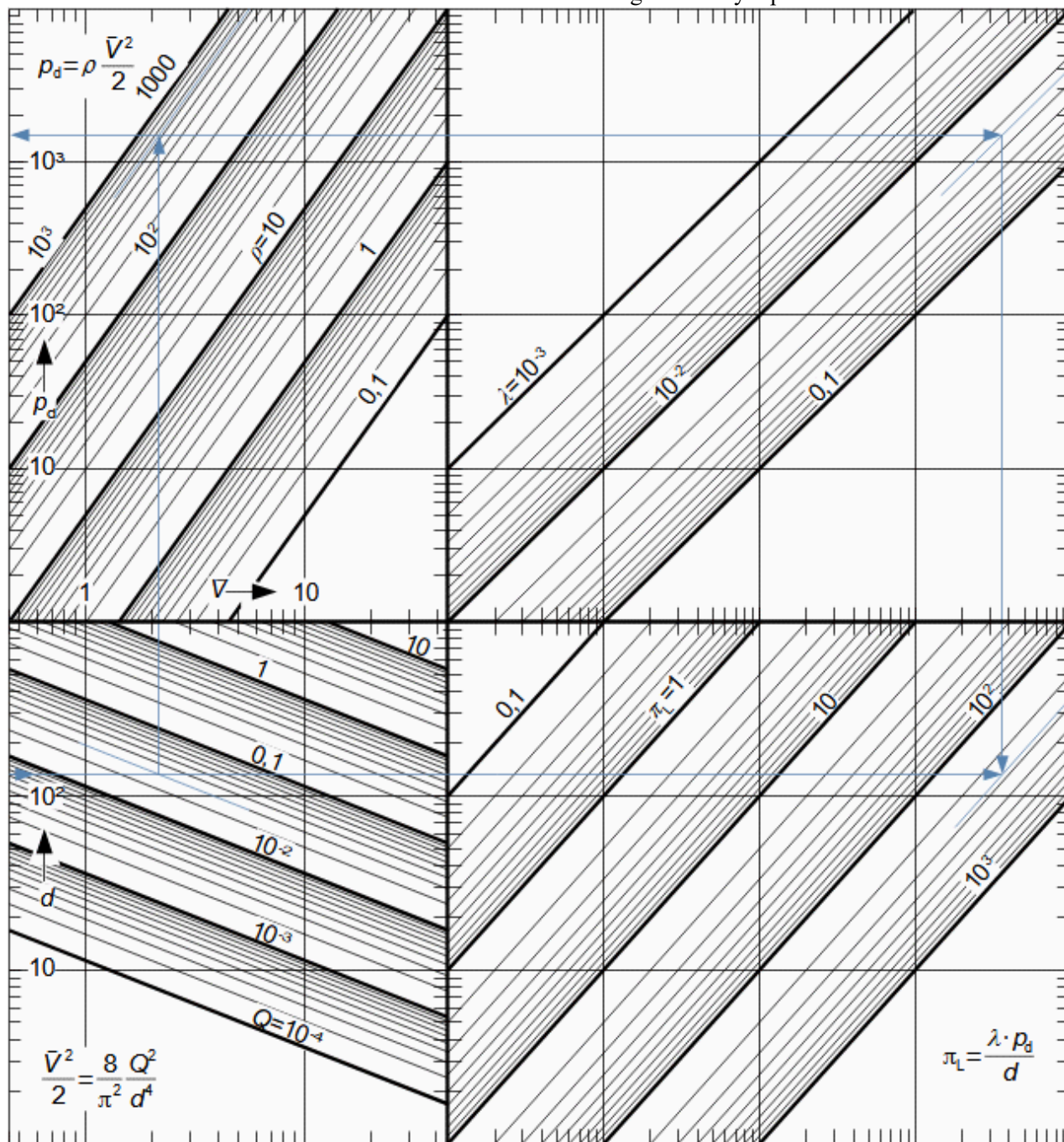
	p		p
Tranzitní plynovod	7,5	Středotlaký plynovod	0,1...0,3
Vysokotlaký plynovod	4	Nízkotlaký (domácnosti)	0,002

 p [MPa] přetlak v plynovodu.

Měrná tlaková ztráta v potrubí

Pro základní návrhy potrubní trasy využívají projektanti veličinu měrná tlaková ztráta v potrubí odpovídající tlakové ztrátě v potrubí o délce 1 m, viz také Nomogram 10.

10: Nomogram pro výpočet měrné tlakové ztráty, dynamického tlaku a měrné kinetické energie tekutiny v potrubí

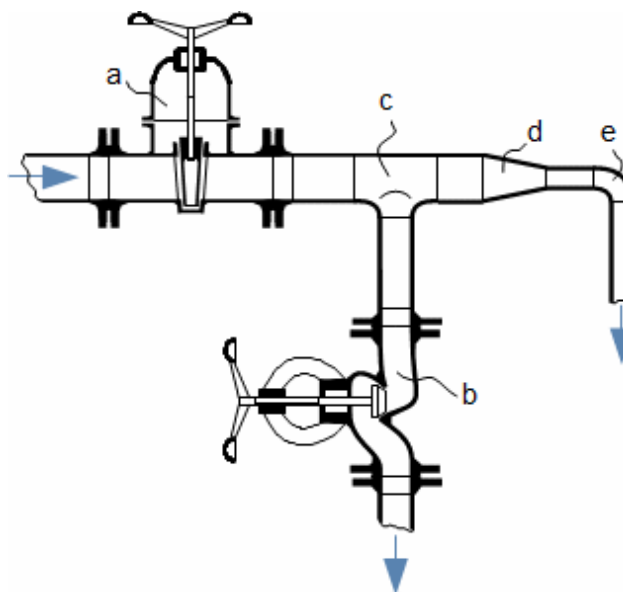


p_d [Pa] střední dynamický tlak proudu; d [mm], Q [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$], V [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$], ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$], λ [1], π_L měrná tlaková ztráta [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{-1}$].

Ztrátový součinitel místních odporů

Potrubní trasa/síť

Potrubní trasa (potrubní síť) nebývá přímočará a může být tvořena dalšími potrubními prvky (odbočky různých tvarů, oblouky, zúžení), armaturami, filtry, měřidly a dalšími průtočnými částmi, viz [Obrázek 11](#). Tyto prvky jsou místními odpory a vzniká v nich místní tlaková ztráta.



11: Příklad potrubní trasy s vyznačením místních odporů
 a-šoupátko; b-uzavírací ventil (obecně má vyšší tlakovou ztrátu než šoupátko); c-odbočka (T-kus); d-plynulé zúžení; e-oblouk (koleno).

Místní odpor
Škrčení

V místních odporech vzniká tlaková ztráta podobně jako v přímém potrubí. Tyto tlakové ztráty bývají mnohem intenzivnější než na rovném úseku potrubí vzhledem k tomu, že při průtoku těmito částmi dochází i ke změně tvaru průtočného kanálu, směru proudění a často i ke škrčení tekutiny⁶. Za speciální případ místního odporu, lze považovat i vstupy a výstupy z trubky. Na okrajích je totiž proudění většinou neustálené a ovlivněné tvarem začátku či konce potrubí.

Tlakové ztráta v
místním odporu
Střední rychlost
proudění v místním
odporu

Tlakovou ztrátu místního odporu lze vypočítat také podle Rovnice 2. Při výpočtu tlakové ztráty vznikající v daném místním odporu se vychází ze střední rychlosti proudu před prvkem a ze ztrátového součinitele příslušného typu místního odporu.

Ztrátové součinitele
místních odporů
Reynoldsovo číslo

Ztrátový součinitel ζ některých typů místních odporů lze i vypočítat [Maštovský, 1964, s. 85], častěji se ale vychází z měření daného místního odporu pro různá Reynoldsova čísla. Nicméně u některých typů místních odporů není vliv Reynoldsova čísla významný a lze použít tabelizované hodnoty, především pro armatury a potrubní tvarovky např. v [Cihelka et al., 1975, s. 672], [Miller et al., 1972, s. 252], [Řasa and Švercl, 2004, s. 737]. Příslušný ztrátový součinitel poskytuje výrobce daného potrubního prvku. Ztrátové součinitele pro různé typy okrajů potrubí jsou uvedeny v [Ibler et al., 2002, s. 268].

Ztrátový součinitel
armatury
Průtokový součinitel
armatury

V případě armatury obvykle výrobce také dodává přímo grafy závislosti její tlakové ztráty na průtoku (podle druhu protékajícího média). Pokud je znám jmenovitý průtokový součinitel armatury⁶: K_{VS} , lze ztrátu v závislosti na průtoku vypočítat z definice průtokového součinitele, viz Rovnice 12. Jmenovitý průtokový součinitel se měří na úseku $2 \cdot d$ před armaturou a $8 \cdot d$ za armaturou, proto takto vypočítaný ztrátový součinitel zahrnuje i tuto délku potrubí. Takže skutečný ztrátový součinitel armatury je nižší o ztrátový součinitel odpovídající $10 \cdot d$ hladkého potrubí. Orientační hodnoty ztrátových součinitelů některých armatur jsou uvedeny v [Roček, 2002, s. 231, 232]. Existují ale i jiné typy součinitelů zpravidla odvozené od tlakové ztráty armatury. Záleží na výrobcí jakou metodiku porovnávání armatur používá. Příslušné vztahy potom uvádí ve svém katalogu armatur.

$$\xi = 0,001599 \frac{d^4}{K_{VS}^2}$$

12: Výpočet ztrátového součinitele armatury

d [mm] vnitřní průměr vstupu a výstupu armatury; K_{VS} [$\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$] jmenovitý průtokový součinitel armatury. Vztah je odvozen pro průtok vody v [Roček, 2002, s. 236].

Uzavírací ventil

Při výběru nejhodnější uzavírací armatury se nejdříve stanoví povolená tlaková ztráta L_p při objemovém průtoku Q a hustotě proudícího média na vstupu ρ . Vypočítá se jmenovitý průtokový součinitel K_{VS} . Dále se z katalogu armatur příslušného výrobce vybere armatura s nejbližším vyšším K_{VS} .

Ekvivalentní délka
potrubí
Hladké potrubí

Pro přibližný výpočet tlakové ztráty místního odporu lze použít i veličinu zvanou ekvivalentní délka potrubí. Tato veličiny udává délku hladkého potrubí (vyjádřená jako počet průměrů hladkého potrubí) o stejném průměru jako je vstupní průměr vyšetřovaného místního odporu se stejnou tlakovou ztrátou. Ekvivalentní délky potrubí některých armatur a potrubních tvarovek jsou uvedeny v [Izard, 1961], [Fraas, 1989], výběr pak v Tabulce 13. Výhodou je, že při výpočtu stačí jednotlivé ekvivalentní délky sečíst a vypočítat jejich celkovou tlakovou ztrátu jako by se jednalo o stejně dlouhé hydraulicky hladké potrubí, viz Úloha 1.

13: Ekvivalentní délka potrubí $l \cdot d^{-1}$ některých armatur a potrubních tvarovek

	$l \cdot d^{-1}$		$l \cdot d^{-1}$
VENTILY PŘÍMÉ			
obyčejné	340	s šikmým vedení vřetena 60° od osy potrubí	175

	$l \cdot d^{-1}$		$l \cdot d^{-1}$
s vedením vřetena i v průtočné části	450	s šikmým vedením vřetena 45° od osy potrubí	145
NÁROŽNÍ VENTILY			
obyčejné	145	s vedením vřetena i v průtočné části	200
ŠOUPÁTKA			
obyčejné (dvě sedla)	13	pro plynovody	3
pro velmi viskózní kapaliny (jedno sedlo)	17		
ZPĚTNÉ VENTILY			
se zpětnou klapkou	35	s kuličkou	150
s plně otvíratelnou klapkou	50	se sacím košem deskový	420
přímé	340	se sacím košem s klapkou	75
nárožní	145	uzavírací klapky	20
KOHOUTY			
obyčejné	18	třicestné	140
POTRUBNÍ TVAROVKY			
90° koleno	30	rohové koleno (bez radiusu)	57
45° koleno	16	180° koleno (malé)	50
90° koleno (velký radius)	20	tvarovka T	20
90° koleno s hrdlem (k pájení nebo šroubení)	50	tvarovka T (většina průtoku odbočuje do větve)	60
45° koleno s hrdlem (k pájení nebo šroubení)	26		
PRŮTOKOMĚRY			
turbínový	150	clonkový	200
pístový (objemový)	400		

$l \cdot d^{-1}$ [1] ekvivalentní délka potrubí. Výběr z [Fraas, 1989], [Izard, 1961].

Hospodárná rychlost proudění

Náklady na potrubí vs. čerpací práce

Z Darcyho-Weisbachovy rovnice vyplývá, že vyšší střední rychlost způsobuje vyšší tlakovou ztrátu. S rostoucí tlakovou ztrátou stoupá cena pracovního stroje (čerpadla, ventilátoru...) a provozní náklady. Větší průměr potrubí snižuje rychlost proudění, ale zvyšuje náklady na pořízení potrubních tras a armatur. Přesný výpočet hospodárné rychlosti v potrubí je proveden v [Krbek et al., 1999, s. 187]. Hodnoty hospodárných rychlostí pro různé látky lze nalézt v [Mikula et al., 1974, s. 141], s výběrem v Tabulce 14. Existují však i jiné důvody pro nižší/vyšší rychlosti než je hospodárnost, např. dispoziční důvody apod.

14: Hodnoty hospodárných rychlostí v potrubí různých pracovních látek

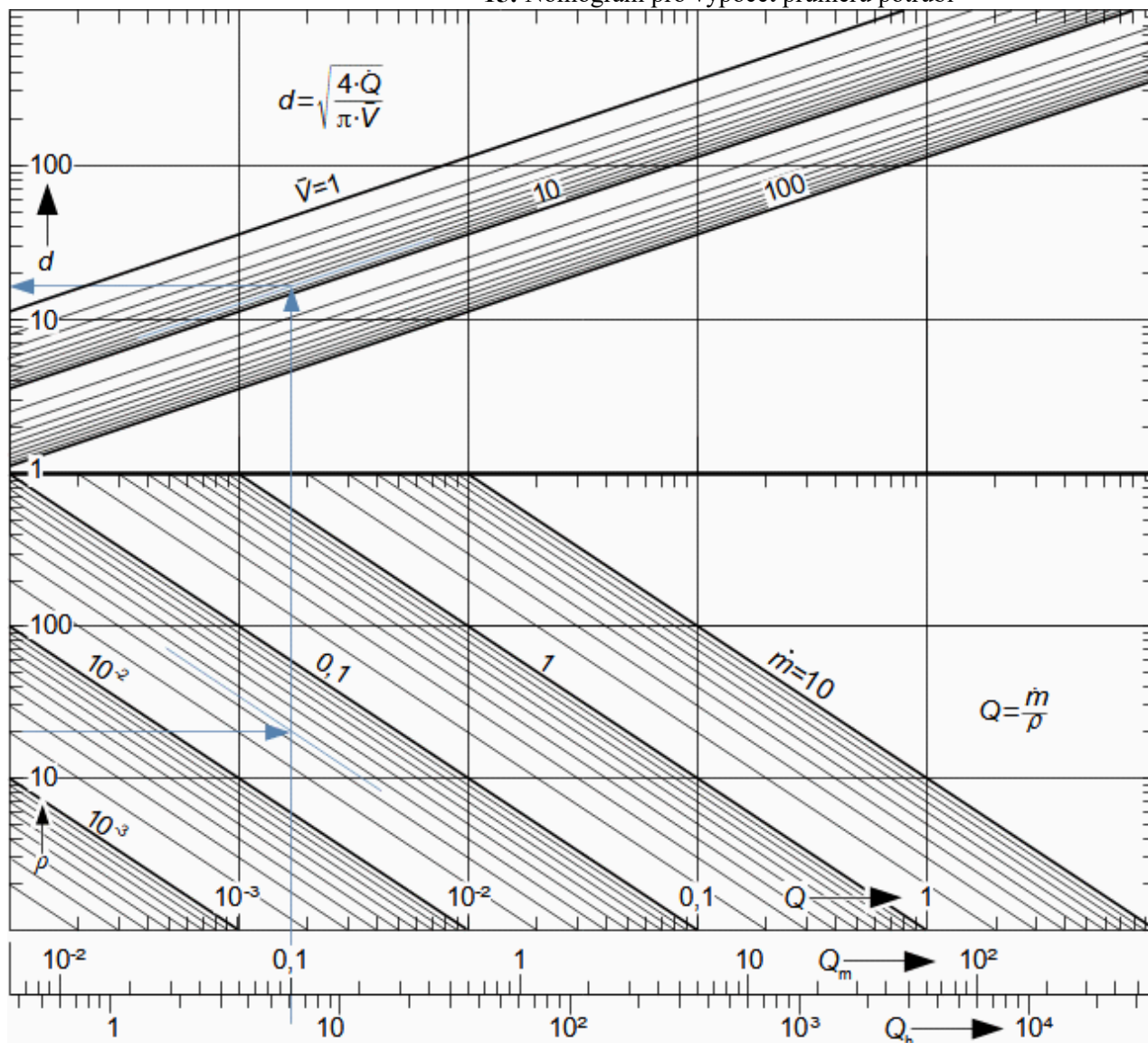
	V		V
Olej	1...2	Pára přehřátá do 4 MPa	20...40
Voda	1...4	Pára přehřátá o vysokém tlaku	30...60, 80
Pára topná o nízkém tlaku	10...15	Výfuková pára (po expanzi ve stroji)	15...30
Pára sytá do 1 MPa	15...20	Vzduch (stlačený)	2...15

V [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

Výpočet průměru potrubí

Z navržené hospodárné rychlosti proudění, hustoty a požadovaného měrného průtoku se vypočítá průměr potrubí d , viz Nomogram 15. Vypočítaný průměr potrubí je nutné zaokrouhlit podle vyráběných průměrů trubek odpovídající tlaku a teplotě, při které bude potrubí provozováno.

15: Nomogram pro výpočet průměru potrubí

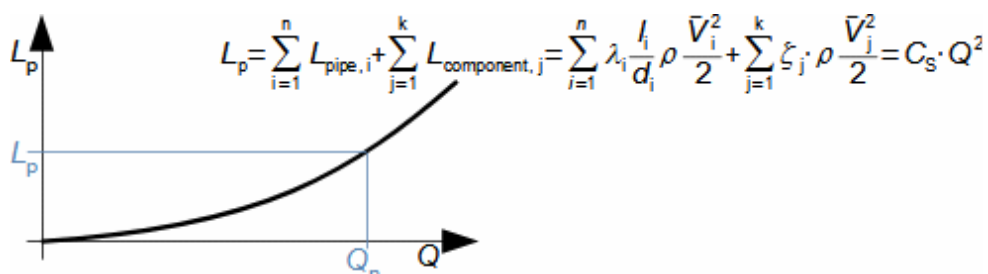


V [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$], ρ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$], m [$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$] hmotnostní tok; m_m [$\text{kg}\cdot\text{min}^{-1}$], m_h [$\text{kg}\cdot\text{h}^{-1}$], Q [$\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$] objemový tok; Q_m [$\text{m}^3\cdot\text{min}^{-1}$], Q_h [$\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$] objemový průtok potrubím, d [mm] průměr potrubí.

Charakteristika potrubního systému

Definice
charakteristiky
potrubního systému

Závislost tlakové ztráty potrubní trasy na objemovém průtoku se nazývá charakteristika potrubního systému. Z rovnice pro výpočet tlakové ztráty je zřejmé, že při $\rho = \text{konst.}$ bude tlaková ztráta kvadratickou funkcí s parametrem C_s zvaným konstanta potrubního systému (jiný název měrný hydraulický odpor potrubní trasy), viz Rovnice 16.



16: Charakteristika potrubního systému

n [-] počet jednotlivých úseků potrubí (každý úsek má po celé délce konstantní průměr); k [-] počet místních odporů; L_{pipe} [Pa] tlaková ztráta při proudění daným úsekem potrubního systému; $L_{\text{component}}$ [Pa] tlaková ztráta místního odporu; C_s [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-7}$] konstanta potrubního systému; Q [$\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$] objemový průtok. $L_{p,n}$ [Pa] tlaková ztráta při jmenovitém průtoku Q_n systémem. Rovnice platí i pro potrubí nekruhového průřezu.

Konstanta potrubního
systému

Konstanta potrubního systému C_s se většinou uvažuje jako konstanta pro dané otevření jednotlivých armatur, ale protože součinitel tření λ je funkcí Reynoldsova čísla, musí se s průtokem měnit i C_s . Tato změna není ovšem příliš velká pokud nás zajímá tlaková ztráta v oblasti jmenovitého průtoku. Pro výpočty ve větším rozsahu průtoků lze použít korekci, a to tak, že objemový průtok není umocněn 2, ale jiným exponentem, více v [Bašta, 2003, s. 25].

Konstantu potrubního systému lze vypočítat podle Rovnice 16 z jednotlivých tlakových ztrát potrubního systému pro známý (jmenovitý) průtok (viz Úloha 1) a nebo ji lze vypočítat z naměřené tlakové ztráty při konkrétním objemovém průtoku, viz Úloha 2.

Určení charakteristiky potrubního systému z měření

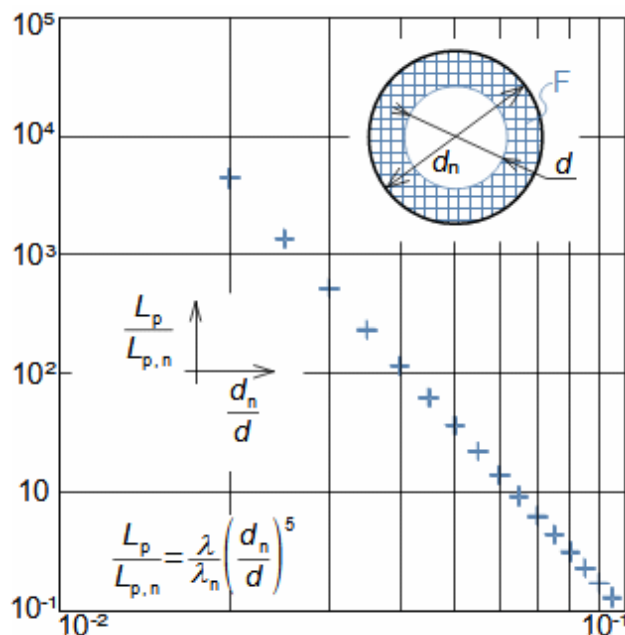
Měření tlakové ztráty
Technická matematika

Potrubní charakteristiku, respektive rovnici závislosti tlakové ztráty L_p na objemovém průtoku Q ($L_p=f(Q)$) lze zjistit měřením pro několik případů. Následně lze toto měření zpracovat na počítači pomocí připraveného softwaru nebo rovnici určit zakreslením naměřených dat na logaritmický papír a tato data proložit přímkou jejíž směrnice pak odpovídá mocnině průtoku, viz Úloha 2 a článek Technická matematika [Škorpík, 2023].

Změna tlakové ztráty při zanášení a korozi potrubí

Tlaková ztráta vs
tloušťka usazenin

K zanesení potrubí může dojít, jestliže kapalina není čistá. Nánosy v potrubním systému způsobují zmenšení průtočného průřezu potrubí a tedy i změnu charakteristiky tohoto systému, respektive zvýšení tlakové ztráty. Na Obrázku 17 je uvedena změna tlakové ztráty v potrubí při rovnoměrném nánosu v potrubí – o stejná procenta zvýšení tlakové ztráty se přibližně zvýší i čerpací práce. Závislost na tomto obrázku byla vytvořena dosazením Darcy-Weisbachovy rovnice do podílu tlakové ztráty L_p po zúžení průtočného průřezu a tlakové ztráty $L_{p,n}$. Odtud je patrné, že vliv zúžení na tlakovou ztrátu roste s pátou mocninou. Naproti tomu i při zachování absolutní drsnosti je vliv změny součinitele tření o několik řádů nižší.



17: Změna tlakové ztráty potrubí při zanesení

Vytvořeno pro $d_n=100$ mm; $V_n=3$ m·s⁻¹; $\varepsilon_n=0,05$ mm; $\nu_n=553,2$ nm²·s⁻¹ (voda při teplotě 50 °C); $Q=\text{konst.}$ F-nános v potrubí (fouling). Index $_n$ označuje parametry před zanesením potrubí.

Krystalizace minerálů Biologické zanesení Tuhé částice zanesení	<p>Zanesením potrubí může dojít důsledkem chemického nebo biologického působení a nebo obsahem tuhých částic v kapalině. V případě chemického či elektrochemického procesu dochází k vysrážení minerálů a jejich krystalizace na vnitřní plochách potrubí. Biologická usazenina na potrubí může být rostlinného i živočišného původu – většinou se jedná o nějaké druhy řas nebo korýšů a velmi závisí na teplotě vody, obsahu živin ve vodě a v případě řas i světelných podmínkách. Typickým znakem zanesení potrubní trasy tuhými nečistotami v kapalině je, že není rovnoměrně rozložená po celé délce potrubí. Tuhé částice se usazují v místech s malou rychlostí proudění, v nejnižších bodech potrubní trasy odkud je proud kapaliny není schopen vytlačit a před zúženími.</p>
Rychlost proudění vs zanášení potrubí	<p>K usazování vodního kamene na stěny potrubí nedochází přibližně již při rychlostech 1,5 až 2,5 m·s⁻¹ [Vosmík, 2023]. Nicméně při určitých kombinacích pH a teplot tato rychlost nemusí stačit. Usazování tuhých částic lze zamezit usazování mechanických nečistot už od rychlostí kolem 1,5 m·s⁻¹, ale také záleží i na orientaci potrubí a velikosti a hmotnosti jednotlivých částic, podle [Pugh et al., 2009]. Biologickému zanesení potrubí lze zabránit při rychlostech nad 2 m·s⁻¹.</p>
Tečné napětí Viskozita	<p>Uvedené rychlosti jsou pro vodu. U jiných kapalin se mezní rychlost může lišit, protože zamezení přilnutí nečistot k povrchu trubky je potřebné určité tečné napětí, které je funkcí viskozity, takže kapaliny s vyšší viskozitou zamezí zanášení při nižších rychlostech a obráceně. Podrobnosti o zanášení potrubí a výměníků včetně softwarových nástrojů jsou uvedeny v odkazech článku [Pugh et al., 2009].</p>
Prevence	<p>Stálou rychlost proudění při nepravidleném provozu potrubí lze udržet vytvořením smyček na ohrožených částech potrubí, ve kterých bude proudit kapalina stálou rychlostí bez ohledu na průtok mezi vtokem a výtokem z potrubí. Případně se musí zajistit výrazně vyšší jmenovitá rychlost proudění při zapnutí, aby se potrubí vyčistilo po částečném provozu (například po nočním nevytíženém provozu).</p>

Výpočet zanesení
potrubí

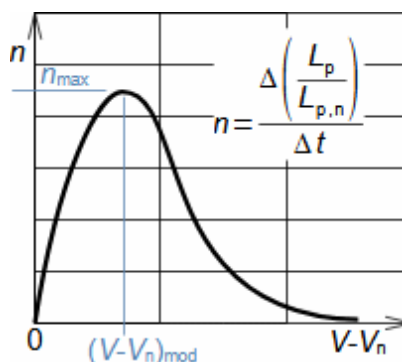
Výpočet zanesení
výměníku

Čištění

Odstávka

Rayleighovu rozdělení
pravděpodobnosti

Zanášení potrubí a výměníků obvykle postupně způsobuje takové problémy, že je nutné je vyčistit. Období, kdy bude nutné potrubí vyčistit, tedy dobu odstávky, lze predikovat pomocí statistiky. Tato statistická metoda je založena na předpokladu, že nárůst tlakové ztráty se řídí Rayleighovým rozdělením pravděpodobnosti, viz Obrázek 18. Pro předpověď zvýšení tlakové ztráty kvůli zanesení potrubí stačí znát odhad doby provozu, po které se tlaková ztráta začne zvyšovat, očekávaný modus rychlosti, při které roste tlaková ztráta nejrychleji a také rychlost nárůstu tlakové ztráty na počátku zanášení, viz Úloha 379. Tyto odhady lze při reálném provozu zpřesňovat pomocí měření tlakové ztráty a tak zpřesňovat i předpověď nárůstu tlakové ztráty v čase.



18: Rayleighovo rozdělení aplikované na změnu tlakové ztráty

n [s^{-1}] změna tlakové ztráty v čase; t [s] čas. Vodorovná osa označuje rozdíl $(V-V_n)$, protože Rayleighovu rozdělení pravděpodobnosti začíná v nule a nánosy se tvoří až po nějaké době, kdy rychlost proudění je nominální V_n . Index n označuje parametry před zanesením potrubí.

Koroze

Drsnost

Koroze potrubí zvyšuje absolutní drsnost potrubí současně způsobuje úbytek tloušťky stěn potrubí. Jestliže úbytek materiálu nezpůsobuje významnou změnu protočné plochy potrubí, pak, při konstantních hodnotách ostatních parametrů v Darcyho-Weisbachovy rovnice, lze podíl tlakové ztráty L_p ku tlakové ztrátě při jmenovité (počáteční) $L_{p,n}$ vyjádřit jako podíl součinitelů tření. Z dat Tabulky 7 je patrné, že koroze může zvětšit tlakovou ztrátu řádově o desítky procent. Při výpočtu potrubí, které nebude čištěno od koroze je tedy nutné počítat tlakovou ztrátu jako by potrubí bylo zkorodované.

Tlaková ztráta při významné změně hustoty

Obecná rovnice

Kritická rychlost plynu

Mimo dopravy tekutin se setkáváme s dynamickým proudem plynů, při kterém se může významně měnit hustota plynu. Jestliže se jedná o adiabatické proudění, pak lze vycházet při stanovení tlakové ztráty z toho, že celková entalpie plynu zůstává konstantní a rovna celkové entalpii na vstupu do kanálu, ale bude se zvyšovat entropie v důsledku vnitřního tření. Na tomto předpokladu lze odvodit obecné Rovnice 19, které popisuje proudění plynů za přítomnosti tření ve všech typech kanálů lze odvodit z rovnice kontinuity, energetické bilance a zachování hybnosti pro předpoklad konstantní měrné tepelné kapacity plynu. Nicméně v technické praxi uvedené rovnice používáme jen při výpočtech proudění s velkými změnami hustoty v úzkých kanálech ucpávek.

$$(M^2 - 1) \frac{dM}{M} = \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2 \right) \frac{dA}{A} - \frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2 \cdot \lambda \cdot d \left(\frac{x}{d} \right); \quad M = \frac{V}{V_i^*}$$

$$\frac{dp}{p} = - \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \frac{M^2}{M^2 - 1} \left[\frac{dA}{A} - \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \lambda \cdot d \left(\frac{x}{d} \right) \right]; \quad \Delta s = -r \cdot \ln \frac{p_s}{p_{is}}$$

19: Obecné rovnice adiabatického proudění plynu za přítomnosti tření

V_i^* [m·s⁻¹] kritická rychlost pro případ izentropického proudění; κ [1] poměr teplených kapacit; A [m²] průtočný průřez kanálu; V [m·s⁻¹] rychlost plynu ve vyšetřovaném místě kanálu (tato rychlost odpovídá rychlosti při izentropické expanzi z celkového tlaku p_s do tlaku statického p). Jestliže kanál není kruhový použije se místo d charakteristický rozměr L jako při nestlačitelném proudění.

Odvození v [Dejč, 1967, s. 209].

Součinitel tření

Součinitel tření λ v Rovnicích 19 je konstantní po celé délce kanálu, ale ve skutečnosti je více či méně závislý na Re a Machovu číslu ve vyšetřovaném místě kanálu. Záleží tedy jak moc se mění průtočný průřez kanálu a Machovo číslo. Experimentální ověření změn součinitele tření při stlačitelné proudění a platnosti Rovnic 19 je provedeno v [Dejč, 1967, s. 217].

Speciální rovnice

V případě stlačitelného adiabatického proudění v kanále konstantní průtočné plochy lze vypočítat tlakovou ztrátu pomocí Rovnice 20, která vychází z úpravy obecné Rovnice 19 pro podmínku $dA=0$.

$$(a) \left(\frac{1}{M^2} - 1 \right) \frac{dM}{M} = \frac{\kappa}{\kappa+1} \frac{\lambda}{d} dx$$

$$(b) \frac{dp}{p} = \frac{2\kappa}{\kappa+1} \frac{M^2}{M^2-1} \frac{\frac{\kappa}{\kappa+1} M^2}{1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} M^2} \frac{\lambda}{d} dx; \ln \frac{p}{p_i} = \frac{2\kappa}{\kappa+1} \int_0^x \frac{M^2}{M^2-1} \frac{\frac{\kappa}{\kappa+1} M^2}{1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} M^2} \frac{\lambda}{d} dx$$

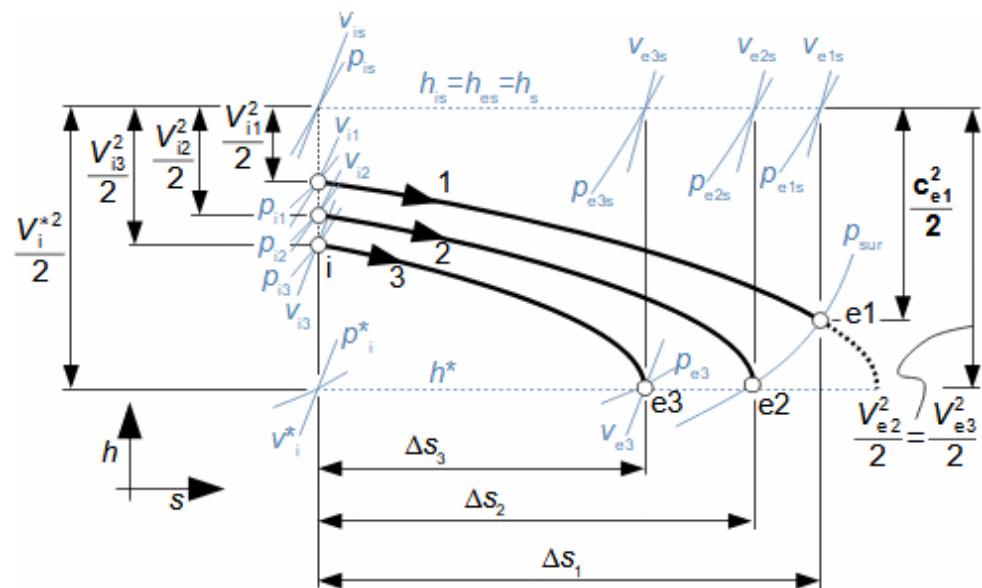
$$(c) \dot{m} = A \frac{V_i}{v_i} = A \frac{V_e}{v_e} = A \frac{V}{v} \Rightarrow \frac{V_i}{v_i} = \frac{V_e}{v_e} = \frac{c}{v} = G$$

20: Rovnice pro výpočet tlakové ztráty při proudění plynu kanálem s konstantní průřecnou plochou

(a) rychlostní rovnice; (b) rovnice pro tlakovou ztrátu; (c) rovnice kontinuity. Rovnice (a) a (b) jsou odvozeny z Rovnice 19 pro $dA=0$, ostatní předpoklady odvození jsou totožné. Rovnice (c) vychází z rovnice kontinuity, kde $G=\text{konst}$.

Zrychlení proudu
Fannovy křivky

Při adiabatickém proudění plynu se plyn zahřívá v důsledku tření, což způsobuje zvětšování jeho měrného objemu a tedy i rychlosti v kanále konstantní průřecné plochy. To znamená, že postupně v plynu klesá tlak a měrná entalpie. Zakreslení stavů plynu v jednotlivých bodech osy kanálu v h - s diagramu označujeme jako Fannovu křivku (Fanno line). Na Obrázku 21 jsou tři Fannovy křivky pro kanál délky l a různé velikosti součinitele tření λ (stejný vliv jako změny součinitele tření má na změnu tlaku i prodloužení kanálu). Při maximálním součiniteli tření λ_1 nedosáhne proudění na výstupu z kanálu kritické rychlosti, λ_2 je takový, aby proudění na výstupu dosáhlo právě kritické rychlosti. Součinitel λ_3 je menší jak λ_2 a přesto proudění dosáhne na výstupu také jen kritické rychlosti.



21: Fannovy křivky

h [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] entalpie; s [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] entropie; h_s [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] celková entalpie plynu; h^* [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] kritická entalpie; p_{sur} [Pa] tlak okolí na výstupu z kanálu (surrounding). Index $_i$ označuje počáteční stav plynu, index $_e$ konečný stav plynu (na konci úseku/sledovaného děje). Dolní index $_s$ označuje celkový stav plynu.

Ucpávky
Součinitel tření
ucpávky

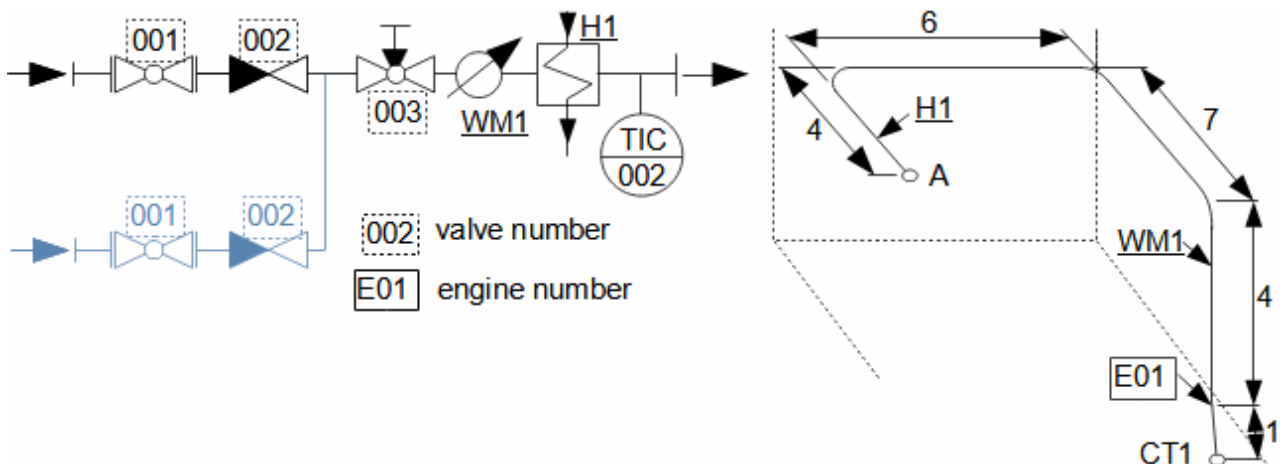
V technické praxi je uvedená teorie uplatnitelná zejména při vyšetřování proudění v bezdotykových ucpávkách. Na vysoké tlakové ztrátě spojené s prouděním plynu ve velmi malé mezeře je také založen princip suchoběžných plynových ucpávek. Nicméně i labyrintové ucpávky lze připodobnit k hladké ucpávce s konstantním průtočným průřezem a s konkrétním součinitelem tření.

Úlohy

Úloha 1:

Charakteristika
potrubního systému
Konstanta potrubního
systému
Tlaková ztráta

Určete charakteristiku potrubního systému na výtlaku kondenzátního čerpadla (viz příložený obrázek), ve kterém je kondenzát čerpán z pomocné nádrže kondenzátu CT1 do napájecí nádrže přes ohřívák kondenzátu H1. Na trasu je napojen paralelní potrubní systém se záložním čerpadlem (modrá barva). Teplota vody na výstupu z čerpadla je 60 °C a za ohřívákem H1 105 °C. Průtok čerpadlem je 2,4 m³·h⁻¹. Průtokový součinitel kulového kohoutu 001 je 48,5 m³·h⁻¹. Zpětný ventil má tlakovou ztrátu 5 kPa. Minimální tlaková ztráta vyvažovací armatury je 750 Pa. Tlaková ztráta vodoměru je 18 kPa. Tlaková ztráta ohříváku H1 je 12 kPa. Potrubí je běžné vodovodní jednopalcové. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 1.



CT1-pomocná nádrž kondenzátu č. 1 (condenser tank); H1-ohřívák č. 1 (heater); WM1-vodoměr č. 1 (water meter); valve number-číslo armatury; engine number-číslo motoru. Značení odpovídá [Krbek et al., 1999, s. 178]. Délky jednotlivých úseků potrubního systému jsou uvedeny v metrech.

§1 zadání: $t_i; t_e; Q_n; K_{VS,001}; L_{p,002}; L_{p,003}; L_{p,WM1}; L_{p,H1}; l$	§6 výpočet: $\zeta_{pipe}; L_{pipe}$
§2 odečet: $v; \rho$	§7 výpočet: $L_{p,001}$
§3 odečet: $d; \varepsilon$	§8 výpočet: $L_{p,elbow}$
§4 výpočet: $\bar{V}; Re$	§9 výpočet: $L_{p,n}; C_S$
§5 výpočet: λ	

Postup řešení Úlohy 1. Popisek symbolů je v Příloze 1.

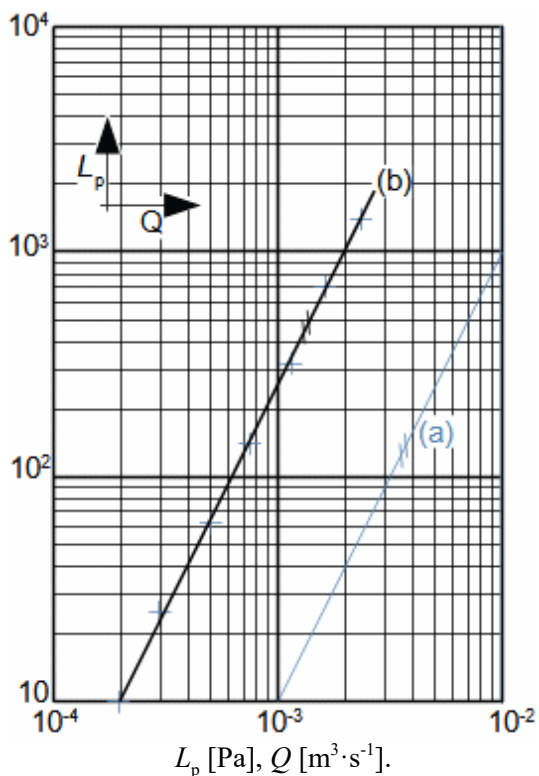
Úloha 2:

Konstanta potrubního
systému

Nalezněte přibližnou hodnotu konstanty potrubního systému určeného pro vytápění. Potrubím proudí teplá voda. K dispozici jsou naměřené průtoky systémem a příslušná tlaková ztráta uvedené v tabulce níže. Naměřené hodnoty upraveny z [Pleskot, 1947, s. 17]. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 2.

L_p	10	25,1	62	140	320	700	1400
Q	19,64	29,64	50,07	74,61	113,9	161	233,7

Tabulka naměřených hodnot



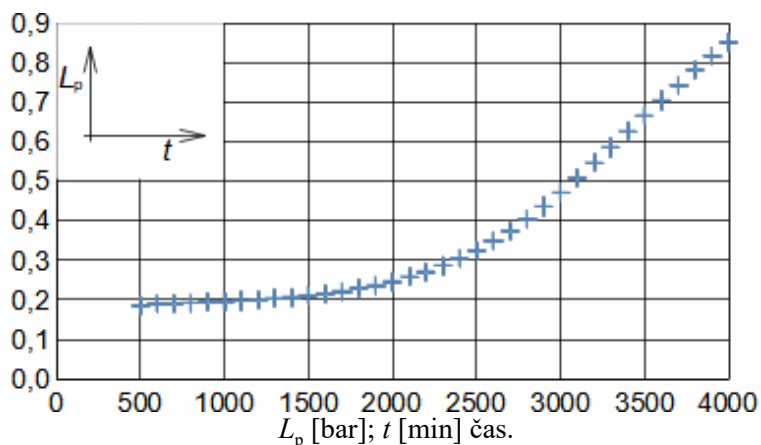
§1	zadáni:	$L_p; Q$	§4	odečet:	$x; P$
§2	vyznačení:	$L_p; Q$ do grafu	§5	výpočet:	C_s
§3	aproximace:	hodnot $L_p; Q$ přímkou			

Postup řešení Úlohy 2. Popisek symbolů je v Příloze 2.

Úloha 3:

Zanášení výměníku

Navrhňte očekávané zvýšení tlakové ztráty deskového výměníku voda/voda pomocí statistické metody. Ve výměníku krystalizuje vodní kámen. Jmenovitá rychlost proudění ve výměníku je $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a jmenovitá tlaková ztráta je 0,185 bar. Na základě zkušeností s provozem předchozích výměníků očekáváme, že tlaková ztráta začne narůstat již po 500 minutách s počáteční rychlostí $0,2703\cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1}$, přičemž parametry $(V-V_n)$ - n křivky z Obrázku 18 jsou: $n_{\max}=2,1622\cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1}$; $(V-V_n)_{\text{mod}}=1,1911 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Při provozu zůstává průtok konstantní. Řešení úlohy je uvedeno v Příloze 3.



§1 zadání:	$V_n; L_{p,n}; t_0; n_0; n_{\max}; (V-V_n)_{\text{mod}}$	výpočet: Δt
§2 výpočet:	C	§4 výpočet: $(L_p/L_{p,n})_{k=1}; V_{k=1}; L_{p,k=1}$
§3 návrh:	$t_{\max}; k_{\max}$	§5 výpočet: $V_k; n_k; (L_p/L_{p,n})_k; L_{p,k}$

Postup řešení Úlohy 3. Popisek symbolů je v Příloze 3.

Odkazy

- ŠKORPÍK, Jiří, 2022a, Aerodynamika profilových mříží, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://turbomachinery.education/aerodynamika-profilovych-mrizi.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2022b, Základní rovnice lopatkových strojů, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://turbomachinery.education/zakladni-rovnice-lopatkovych-stroju.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023, Technická matematika, *Transformační technologie*, Brno, [online], ISSN 1804-8293. Dostupné z <https://engineering-sciences.education/technicka-matematika.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2024, Úvod do lopatkových strojů, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://turbomachinery.education/uvod-do-lopatkovych-stroju.html>.
- BAŠTA, Jiří, 2003, *Hydraulika otopných soustav*, Vydavatelství ČVUT, Praha, ISBN 80-01-02808-9.
- BAUER, František, Oldřich BRŮHA a Zbyněk JAŇOUR, PEŠEK, Rudolf, ed., 1950, *Základy proudění*, Vědecko-technické nakladatelství, Praha.
- CIHELKA, Jaromír, BRANDA, Jaroslav, CIKHART, Jiří, ČERMÁK, Jan, CHYSKÝ, Jaroslav, PITTER, Jaroslav, VALÁŠEK, Jiří, 1975, *Vytápění a větrání*, SNTL, Praha.
- DEJČ, Michail, 1967, *Technická dynamika plynů*, SNTL, Praha.
- FRAAS, Arthur, 1989, *Heat exchanger design*, John Wiley&Sons, Inc., ISBN 0-471-62868-9.
- IBLER, Zbyněk, KARTÁK, Jan, MERTLOVÁ, Jiřina, IBLER, Zbyněk ml., 2002, *Technický průvodce energetika*, BEN-technická literatura, Praha, ISBN 80-7300-026-1.
- IZARD, Julien, 1961, *Příručka technické fyziky*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- JÍCHA, Miroslav, 2001, *Přenos tepla a látky*, Vysoké učení technické v Brně, Brno, ISBN 80-214-2029-4.
- KRBEK, Jaroslav, POLESNÝ, Bohumil, FIEDLER, Jan, 1999, *Strojní zařízení tepelných centrál-Návrh a výpočet*, PC-DIR Real, s.r.o., Brno, ISBN 80-214-1334-4.
- MAŠTOVSKÝ, Otakar, 1964, *Hydromechanika*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- MÍKA, Vladimír, 1977, *Základy chemického inženýrství*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- MIKULA, Julius, KOČKA, Jaroslav, ŠKRAMLÍK, Emanuel, ŠTAUBER, Zdeněk, VESELÝ Adolf, OBR, Jan, 1974, *Potrubí a armatury*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- MILLER, Rudolf, HOCHRAINER, A., LÖHNER, K., PETERMANN, H., 1972, *Energietechnik und Kraftmaschinen*, Rowohlt taschenbuch verlag GmbH, Hamburg, ISBN 3-499-19042-7.
- NIKURADSE, Johann, 1933, Strömungsgesetze in rauen Rohren, *V. D. I. Forschungsheft*, 361: 1–22, Berlin.
- PLESKOT, Václav, 1947, *Nomografie v technické praxi*, Praha, SPASEI.
- POLESNÝ, Bohumil a kol., 1990, *Termodynamická data pro výpočet tepelných a jaderných energetických zařízení*, Vysoké učení technické v Brně, Brno, ISBN 80-214-0160-5.
- PUGH, Simon, HEWITT, Geoffrey, MÜLLER-STEINHAGEN, Hans, 2009, Fouling During the Use of “Fresh” Water as Coolant—The Development of a “User Guide”, *Heat Transfer Engineering*, 30:10-11, 851-858, DOI: 10.1080/01457630902753706.
- ROČEK, Jaroslav, 2002, *Průmyslové armatury*, INFORMATORIUM, Praha, ISBN 80-7333-000-8.
- ŘASA, Jaroslav, ŠVERCL, Josef, 2004, *Strojnické tabulky, jednotky, matematika, mechanika, technické kreslení, strojní součásti*, Scientia, spol. s.r.o. Praha, ISBN 80-7183-312-6.
- ŠTEFAN, David, 2009, *Hydraulické ztráty v potrubí*, Vysoké učení technické v Brně, Brno, Bakalářská práce.
- VOSMÍK, Zdenek, 2023, *Nerezové výměníky tepla – koroze a zanášení usadami 2. část*, <https://www.vosmik-vymeniky.cz/>, <https://www.vosmik-vymeniky.cz/novinky.html>.